Ein Versuch zur Darstellung des Einflusses der im Deckungskapital nicht verrechnungsfähigen Erwerbskosten auf die Prämie und die Gewinnverteilung in der Lebensversicherung

---

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung des Doktorgrades

genehmigt von der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin

von

Ernst-Günter Hoffmann

aus Berlin-Wilmersdorf

Tag der mündlichen Prüfung: 8. Februar 1939
Tag der Promotion: 26. Juni 1939

Druck von Thomas & Hubert, Spezialdruckerei für Dissertationen, Weida i. Thür.

N 25

Referenten: Professor Dr. Riebesell

Professor Dr. Klose

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

Inhalt.

Seite

Vorbemerkung 5

I. Die Gewinnbildung 6

II. Die Erwerbskosten und ihre Verrechnung 16

III. Die Folgen einer Beschränkung der im Deckungskapital verrechnungsfähigen Erwerbskosten . . . 21

1. Die Deckung der nicht im Deckungskapital verrechnungsfähigen Erwerbskosten aus den allgemeinen laufenden Verwaltungskosten 21

2. Die Deckung der nicht im Deckungskapital verrechnungsfähigen Erwerbskosten aus den jährlichen Gewinnen . . 22

3. Die Deckung der nicht im Deckungskapital verrechnungsfähigen Erwerbskosten aus den jährlichen Gewinnen und Zuschlägen 37

Schlußfolgerungen 43

Literatur 45

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41550804_0138

Vorbemerkung.

Das Problem der Verrechnung der Erwerbskosten in der Lebensversicherung ist von Höckner bereits 1902 in seiner Schrift — Der Streit über die Zillmersche Methode — durch ein vollständiges System gelöst worden. Allein der Gesetzgeber und das Reichsaufsichtsamt für Privatversicherung gestatten bis heute noch nicht die Verrechnung der vollen durchschnittlichen Erwerbskosten im Deckungskapital, sondern lassen für die Berechnung des Deckungskapitals auf Grund des letzten diesbezüglichen Rundschreibens an alle Lebensversicherungsgesellschaften vom 25. März 1929 nur einen Erwerbskostenhöchstsatz von 35 pro mille der Versicherungssumme zu. Da jedoch viele Versicherungsgesellschaften tatsächlich einen weit höheren Satz aufzuwenden haben, so ergibt sich für diese Gesellschaften die Frage, auf welche Weise der Differenzbetrag zu verrechnen ist.

In den folgenden Betrachtungen soll nun im wesentlichen versucht werden darzulegen, welche Möglichkeiten zur Verrechnung der über 35 pro mille der Versicherungssumme hinausgehenden Erwerbskosten den Lebensversicherungsgesellschaften gegeben sind, und zu welchen Folgen die entsprechenden Maßnahmen führen müssen. Zu diesem Zweck ist zunächst einmal auf die Frage der Gewinnbildung einzugehen, um im Anschluß daran zu untersuchen, ob durch die Verwendung der Gewinne und etwaiger Zuschläge zur Prämie zum Zwecke der Deckung der im Deckungskapital nicht verrechnungsfähigen Erwerbskosten das Problem in befriedigender Weise gelöst wird, bzw. welche anderen Schritte zu unternehmen wären, um diese Streitfrage auf eine für die Versicherungsnehmer glücklichere Weise zu lösen, als dies bisher der Fall ist.

I. Die Gewinnbildung.

Bei allen versicherungsmathematischen Berechnungen ist es erforderlich, die Erkenntnis im Auge zu behalten, daß es auf dem gesamten Gebiet der Versicherung unmöglich ist, für eine endliche Gruppe gleichartiger Risiken für die gesamte Versicherungsdauer im voraus eine feste und gerechte Prämie zu bestimmen. Der Versuch, eine derartige Prämie zu ermitteln, muß stets an der Tatsache scheitern, daß die Rechnungsgrundlagen, auf Grund deren nur eine Prämie berechnet werden kann, Größen sind, die mit der Zeit schwanken, deren zukünftige Schwankungen wir bisher aber noch nicht erkannt haben.

Aus diesem sehr einfachen Grunde hat man sich vor allem in der Praxis, aber auch in der Wissenschaft, gezwungen gesehen, bezüglich der drei Rechnungsgrundlagen: Schadentafel - Ausscheideordnung, Zinsfuß und unvermeidliche Verwaltungskosten, Annahmen zu machen, so daß voraussichtlich der tatsächliche Geschäftsverlauf nicht zu ungunsten des Versicherers von ihnen abweichen werde.

Die Prämien jeder Tarifgruppe, d. h. jeder Versicherungsart, sind also aus Gründen der Sicherheit und, um gesetzlichen Bestimmungen oder Anordnungen der Aufsichtsbehörde zu genügen, so bestimmt, daß sie auch dann ausreichen, die Leistungen des Versicherers zu decken, falls von den statistischen Mittelwerten der Rechnungselemente, abgeleitet aus den Erfahrungen der jüngsten Vergangenheit, einmal mehr oder weniger starke Abweichungen eintreten sollten. Welches Ausmaß von Abweichungen systematischer Art die Tarifprämien noch zu decken in der Lage sein sollen, ist nicht völlig in das Belieben einer einzelnen Versicherungsgesellschaft gestellt, sondern wird in erster Linie durch den

gesunden Konkurrenzkampf der Gesellschaften untereinander bestimmt. Denn wollte ein Versicherer auch dann noch in der Lage sein, seinen Verpflichtungen in voller Höhe nachzukommen, falls beispielsweise der Zinsfuß auf 2 Prozent sinken sollte, so wäre er genötigt, erheblich höhere Prämien zu fordern, als die Gesellschaften, die einen Zinsfuß von 3,5 oder 4 Prozent als für die Versicherungsdauer gewährleistet betrachten. Diese Tatsache würde dazu führen, daß die überaus vorsichtige Gesellschaft durch die Konkurrenz aus dem Geschäft gedrängt würde, selbst wenn sie ihren noch zu gewinnenden Versicherten bei Erzielung eines höheren Zinsfußes als 2 Prozent entsprechend höhere Dividenden zu gewähren versprechen würde.

Bis zu welchem Ausmaße jede Versicherungsgesellschaft jedoch imstande sein soll, ihren Verpflichtungen nachzukommen, ist nicht allein dem Spiel der Konkurrenz überlassen, sondern hierüber behält sich das Reichsaufsichtsamt für Privatversicherung dadurch die Entscheidung vor, daß jeder Tarif seiner Genehmigung bedarf.

Man kann also sagen, welchen Anforderungen eine Versicherungsgesellschaft höchstens zu entsprechen vermag, wird durch die Konkurrenz bestimmt, während die untere Grenze ihrer Leistungsfähigkeit durch die Anordnungen der Reichsaufsichtsbehörde festgesetzt wird.

Das Amt läßt für die Berechnung der Tarifprämien grundsätzlich nur Schadentafeln zu, von denen die Gewißheit besteht, daß die rechnungsmäßige Anzahl der Schäden in den einzelnen Risikogruppen, d. h. Gruppen konstanter Schadenshäufigkeit, nicht dauernd von der voraussichtlich entstehenden Anzahl der Schäden übertroffen wird. Sollten die statistischen Mittelwerte der für die Berechnung der Tarifprämien zu verwendenden Schadenshäufigkeiten nur auf Erfahrungen der jüngsten Vergangenheit beruhen, so verlangt das Amt, daß in den Tarifprämien ein angemessener Zuschlag enthalten ist, der es gestattet, falls tatsächlich eine größere Anzahl von Schäden eintreten sollte, die Zahlungsfähigkeit der Gesellschaft aufrecht zu erhalten.

Ebenfalls genehmigt das Reichsaufsichtsamt für die Verwaltungskosten bei der Berechnung der Tarifprämie nur solche Sätze, die voraussichtlich für die Dauer der Versicherung ausreichen werden, um die tatsächlichen Kosten zu decken.

Schließlich gestattet die Reichsaufsichtsbehörde bei der Prämienberechnung nur die Verwendung eines Zinsfußes, von dem fast mit Sicherheit anzunehmen ist, daß er auch tatsächlich für die gesamte Versicherungsdauer aus den Kapitalanlagen erzielt wird. So hat das Amt in einem Rundschreiben vom Januar 1934 erklärt, daß es vom 1. April 1934 ab nur noch einen rechnungsmäßigen

Höchstzinsfuß von 4 Prozent zulassen werde und daß für die Rentenversicherung höchstens ein rechnungsmäßiger Zinsfuß von 3,5 Prozent in Betracht käme.

Man sollte nun annehmen, daß, wenn die Rechnungsgrundlagen für die Prämienberechnung festgelegt sind, dieselben Rechnungsgrundlagen für die Deckungskapitalberechnung Anwendung finden müßten. Das Reichsaufsichtsamt läßt auch für die Deckungskapitalberechnung dieselbe Schadentafel, denselben Zinsfuß, dieselben Inkassokosten und dieselben laufenden Verwaltungskosten wie für die Prämienberechnung zu, während es einerseits für die Bestimmung der Tarifprämie die Verwendung eines Erwerbskostensatzes gestattet, der den tatsächlichen Aufwendungen zu Beginn jeder Versicherung entspricht, jedoch andererseits für die Berechnung der Deckungskapitale nur einen Erwerbskostensatz von höchstens 35 pro mille der Versicherungssumme genehmigt Ob und inwieweit diese Maßnahme des Amtes gerechtfertigt ist, soll an späterer Stelle versucht werden zu klären.

Es seien die Prämien und die Deckungskapitale eines Tarifs den vorgenannten Anforderungen, die in den Rechnungsgrundlagen erster Ordnung ihren Ausdruck finden, entsprechend berechnet. Dann ergibt sich das Problem, wenn man das Prinzip von Gleichheit der Leistung und Gegenleistung innerhalb jeder Gruppe gleichartiger Risiken anerkennt und wenn der Versicherer auch tatsächlich der Treuhänder seiner Versicherten sein will, nach welchem Gesichtspunkt der nicht verbrauchte Teil der jährlichen Einnahmen an die Versicherten zurückzuerstatten ist.

Es entsteht somit für jede Versicherungsgesellschaft jährlich die Aufgabe, den nicht verbrauchten Teil ihrer Einnahmen unter die Versicherten möglichst gerecht aufzuteilen, d. h. nach Maßgabe wie die Gruppen gleichartiger Risiken zur Überschußbildung beigetragen haben. Denn man kann auf dem Gebiet der Versicherung allgemein nur von Gerechtigkeit, d. h. von Gleichheit der Leistung und Gegenleistung, innerhalb einer Gruppe annähernd gleichartiger Risiken sprechen, niemals jedoch in bezug auf ein Einzelrisiko, da es stets nur möglich ist, für eine größere Anzahl von Beobachtungseinheiten Schadenshäufigkeiten zu ermitteln, und zwar mit um so größerer Genauigkeit, je größer die Anzahl derselben ist. Ferner darf nicht unbeachtet gelassen werden, daß eine Gruppe gleichartiger Risiken keine feste Gegebenheit ist, sondern eine Zusammenfassung von Beobachtungseinheiten darstellt, von denen der Statistiker nach dem jeweiligen Stande der Erkenntnis geneigt ist anzunehmen, daß ihnen die gleiche Schadenshäufigkeit zukommen wird. So hat man in der Lebensversicherung die Risikogruppen bisher differenziert nach Lebensalter, Geschlecht,

Versicherungsdauer und Versicherungsart. Von einer weiteren Unterscheidung, beispielsweise nach Beruf, Erbanlage oder anderen Merkmalen, ist aus den verschiedensten Gründen, auf die hier nicht weiter eingegangen werden soll, kein Gebrauch gemacht worden.

In diesem Zusammenhang ist allein wichtig festzuhalten, daß es immer nur möglich ist, innerhalb einer mehr oder weniger willkürlich gebildeten Risikogruppe von Gleichheit der Leistung und Gegenleistung zu sprechen. Es sei hier, da den bisher vorhandenen Statistiken Rechnung getragen werden muß, eine Risikogruppe als eine Gesamtheit von Personen gleichen Versicherungsalters, gleichen Geschlechts, mit gleicher Versicherungsdauer und gleicher Versicherungsart erklärt.

Um am Ende eines Versicherungsjahres den in diesem entstandenen Gewinn möglichst gerecht unter die Gesamtheit der Versicherten, jeden als Mitglied seiner Risikogruppe betrachtet, verteilen zu können, sind an Hand der tatsächlichen Geschäftsvorgänge der letzten Jahre neue Rechnungsgrundlagen aufzustellen, die, im Gegensatz zu den Rechnungsgrundlagen erster Ordnung, nach denen die Tarifprämien und die Deckungskapitale berechnet worden sind, als Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung bezeichnet werden. Diese Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung, aus den Erfahrungen der jüngsten Vergangenheit abgeleitet, stellen dann Mittelwerte dar, welche den tatsächlichen Verhältnissen entsprechen. Die Schwankungen um diese Mittelwerte innerhalb der einzelnen Jahre finden in den Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung keinen Ausdruck. Denn sollten auch die jährlichen Schwankungen der Rechnungselemente berücksichtigt werden, so würden sich die Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung von Jahr zu Jahr ändern. Diese Tatsache hätte aber zur Folge, daß für jede einzelne Risikogruppe innerhalb der Gesamtheit der Risikogruppen das Umlageprinzip zur Anwendung gelangt, wodurch der Wert jeder Versicherung gemindert wird, da der Versicherungsnehmer zum Zwecke einer ordnungsgemäßen Haushaltsplanung einer möglichst gleichbleibenden Prämie bedarf. Es muß vielmehr die Aufgabe einer besonderen Reserve, der Reserve für den schwankenden Jahresbedarf, sein, die Schwankungen der Rechnungselemente um die Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung auszugleichen.

Die Rechnungsgrundlagen erster Ordnung, die für die Prämien- und die Deckungskapitalberechnung zu verwenden sind (auf die Sonderstellung der Erwerbskosten bei der Deckungskapitalberechnung soll erst später eingegangen werden), werden dargestellt durch:

1.

l_{x+t} = Anzahl der Lebenden im Alter $x+t$,

d_{x+t} = Anzahl der Toten im Alter von $x+t$ bis $x+t+1$,

$q_{x+t} = \frac{d_{x+t}}{l_{x+t}}$ = Sterbenshäufigkeit des $x+t$jährigen,

$p_{x+t} = \frac{l_{x+t+1}}{l_{x+t}}$ = Erlebenshäufigkeit des $x+t$jährigen,

mit $$p_{x+t} + q_{x+t} = 1.$$

2.

Zinsfuß i.

3.

α = Erwerbskosten in pro mille der Versicherungssumme,

β = Inkassokosten in Prozent der Tarifprämie,

γ = Laufende Verwaltungskosten in pro mille der Versicherungssumme.

Somit bestimmt sich die Jahresprämie für eine gemischte Versicherung mit der Versicherungsdauer n und der Prämienzahlungsdauer m, die im folgenden immer als Beispiel betrachtet werden soll, aus der Gleichung:

$$P_x \mathrm{a}_{x\overline{m}|} = A_{x\overline{n}|} + \alpha + \beta P_x \mathrm{a}_{x\overline{m}|} + \gamma \mathrm{a}_{x\overline{n}|},$$

wenn die versicherte Person x Jahre alt ist und die Versicherungssumme 1 beträgt.

Ferner berechnet sich das Deckungskapital am Ende des t. Versicherungsjahres nach der prospektiven Methode auf Grund der Gleichung:

$${}_tV_x = A_{x+t\overline{n-t}|} + \beta P_x \mathrm{a}_{x+t\overline{m-t}|} + \gamma \mathrm{a}_{x+t\overline{n-t}|} - P_x \mathrm{a}_{x+t\overline{m-t}|},$$

wobei dann ${}_0V_x = -\alpha$ ist.

Wickelt sich der Geschäftsverlauf im $(t+1)$. Versicherungsjahr den Rechnungsgrundlagen erster Ordnung entsprechend ab, so gilt für das Deckungskapital folgende Rekursionsformel:

$$l_{x+t}[{}_tV_x + P_x](1+i) - l_{x+t}[\beta P_x + \gamma](1+i) - d_{x+t} = l_{x+t+1}\ {}_{t+1}V_x$$

oder:

(1) $$[{}_tV_x + P_x(1-\beta) - \gamma](1+i) - q_{x+t} - p_{x+t}\ {}_{t+1}V_x = 0.$$

Die den jeweiligen Verhältnissen entsprechenden Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung sind gegeben durch die Größen:

1.

$l_{[x]+t}$ = Anzahl der im Alter $x+t$ noch im Bestand befindlichen Personen mit dem Beitrittsalter x,

$d_{[x]+t}$ = Anzahl der im Alter von $x+t$ bis $x+t+1$ gestorbenen Personen mit dem Beitrittsalter x,

$s_{[x]+t}$ = Anzahl der im Alter von $x+t$ bis $x+t+1$ freiwillig ausgeschiedenen Personen mit dem Beitrittsalter x,

$q_{[x]+t} = \frac{d_{[x]+t}}{l_{[x]+t}}$ = Sterbenshäufigkeit der $x+t$jährigen versicherungstreuen Personen mit dem Beitrittsalter x,

$w_{[x]+t} = \frac{s_{[x]+t}}{l_{[x]+t}}$ = Freiwillige Ausscheidehäufigkeit der $x+t$jährigen Personen mit dem Beitrittsalter x.

$p_{[x]+t} = \frac{l_{[x]+t+1}}{l_{[x]+t}}$ = Häufigkeit der $x+t$jährigen Personen mit dem Beitrittsalter x, das kommende Jahr im Bestand zu verbleiben,

mit

$$q_{[x]+t} + w_{[x]+t} + p_{[x]+t} = 1.$$

2.

Zinsfuß i'.

3.

α' = Abschlußkosten in pro mille der Versicherungssumme,

β' = Inkassokosten in Prozent der Tarifprämie,

γ' = Laufende Verwaltungskosten in pro mille der Versicherungssumme.

Dann ergibt sich bei jährlicher Prämienzahlung aus der Gewinn- und Verlustrechnung des $(t+1)$. Versicherungsjahres am Ende desselben für die zu Beginn lebenden $l_{[x]+t}$ Personen derselben Risikogruppe folgendes finanzielle Ergebnis:

$$l_{[x]+t}\, g(x, t+1) = l_{[x]+t}[{}_tV_x + P_x](1+i') - d_{[x]+t}(1+i')^{1-\nu}$$
$$- l_{[x]+t}[\beta' P_x + \gamma'](1+i') - s_{[x]+t\,t+1}R_x(1+i')^{1-\varrho} - l_{[x]+t+1\,t+1}\,{}_{t+1}V_x.$$

Für $t = 0$ ergibt sich, da die Erwerbskosten auf Grund der Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung für jede Versicherung α' betragen, folgender Ausdruck:

$$l_{[x]}g(x,1) = l_{[x]}[{}_0V_x + P_x - \beta' P_x - \gamma' - (\alpha' - \alpha)](1+i') - d_{[x]}(1+i')^{1-\nu} - s_{[x]\,1}R_x(1+i')^{1-\varrho} - l_{[x]+1\,1}V_x.$$

$g(x,t+1)$ stellt den Gewinn am Ende des $(t+1)$. Versicherungsjahres dar, $s_{[x]+t\ t+1}R_x$ umfaßt die infolge vorzeitigen Ausscheidens gezahlten Abgangsvergütungen. Ferner ist angenommen worden, daß bis zur Auszahlung der Versicherungsleistung 1 seit Beginn des Versicherungsjahres durchschnittlich der Jahresbruchteil ν, und daß bis zur Auszahlung der Abgangsvergütung ${}_{t+1}R_x$ seit Beginn des Versicherungsjahres durchschnittlich der Jahresbruchteil ϱ abgelaufen ist. Weiter ersetzen wir durch ihre ersten Näherungen

$$(1+i')^{1-\nu} \sim 1 + (1-\nu)\,i' \qquad \text{und} \qquad (1+i')^{1-\varrho} \sim 1 + (1-\varrho)\,i',$$

deren Genauigkeit vollständig ausreichend ist, wenn man beachtet, mit welcher Genauigkeit sich die Größen ν und ϱ selbst bestimmen lassen.

Der anteilige Gewinn der einzelnen zu Beginn des $(t+1)$. Versicherungsjahres vorhandenen Versicherung, bezogen auf das Ende des $(t+1)$. Versicherungsjahres, beträgt daher:

$$(2)\quad g(x,t+1) = [{}_tV_x + P_x - \beta' P_x - \gamma'](1+i') - q_{[x]+t}[1+(1-\nu)\,i'] - w_{[x]+t}[{}_{t+1}R_x(1+\{1-\varrho\}\,i' - {}_{t+1}V_x] - (1-q_{[x]+t})\,{}_{t+1}V_x$$

und für $t = 0$

$$(2\,a)\quad g(x,1) = [P_x - \beta' P_x - \gamma' - \alpha'](1+i') - q_{[x]}[1+(1-\nu)\,i'] - w_{[x]}[{}_1R_x(1+\{1-\varrho\}\,i' - {}_1V_x] - (1-q_{[x]})\,{}_1V_x.$$

Subtrahieren wir nun von Gleichung (2) die bei rechnungsmäßigem Verlauf sich ergebende Gleichung (1), so ergibt sich:

$$g(x,t+1) = [{}_tV_x + P_x - \beta' P_x - \gamma'](1+i') - [{}_tV_x + P_x - \beta P_x - \gamma](1+i) - q_{[x]+t}[1+(1-\nu)i'] + q_{x+t} - w_{[x]+t}[{}_{t+1}R_x(1+\{1-\varrho\}\,i') - {}_{t+1}V_x] - (1-q_{[x]+t})\,{}_{t+1}V_x + (1-q_{x+t})\,{}_{t+1}V_x$$

$$g(x,t+1) = [{}_tV_x + P_x(1-\beta') - \gamma'](i'-i) + [P_x(\beta-\beta') + \gamma - \gamma'](1+i) + q_{x+t} - q_{[x]+t} - q_{[x]+t}(1-\nu)\,i' - w_{[x]+t}[{}_{t+1}R_x(1+\{1-\varrho\}\,i' - {}_{t+1}V_x] - (q_{x+t} - q_{[x]+t})\,{}_{t+1}V_x$$

(3) $g(x,t+1) = (1 - {}_{t+1}V_x)(q_{x+t} - q_{[x]+t}) + [P_x(\beta - \beta') + \gamma - \gamma'](1+i)$
$+ w_{[x]+t}[{}_{t+1}V_x - {}_{t+1}R_x(1 + \{1-\varrho\}i)] - q_{[x]+t}(1-\nu)i$
$+ [{}_tV_x + P_x(1-\beta') - \gamma' - q_{[x]+t}(1-\nu) - w_{[x]+t\,t+1}R_x(1-\varrho)](i'-i)$

und für $t = 0$

(3a) $g(x,1) = (1 - {}_1V_x)(q_x - q_{[x]}) + [P_x(\beta-\beta') + (\gamma-\gamma') + (\alpha-\alpha')](1+i)$
$+ w_{[x]}[{}_1V_x - {}_1R_x(1 + \{1-\varrho\}i)] - q_{[x]}(1-\nu)i$
$+ [P_x(1-\beta') - \gamma' - \alpha' - q_{[x]}(1-\nu) - w_{[x]\,1}R_x(1-\varrho)](i'-i).$

Wenn nun

$(1 - {}_{t+1}V_x)(q_{x+t} - q_{[x]+t})$ als Sterblichkeitsgewinn,

$[P_x(\beta-\beta') + (\gamma-\gamma')](1+i)$ als Zuschlagsgewinn,

$w_{[x]+t}[{}_{t+1}V_x - {}_{t+1}R_x(1 + \{1-\varrho\}i)]$ als Stornogewinn,

$[{}_tV_x + P_x(1-\beta') - \gamma' - q_{[x]+t}(1-\nu) - w_{[x]+t\,t+1}R_x(1-\varrho)](i'-i)$

als Zinsgewinn bezeichnet wird, $-q_{[x]+t}(1-\nu)i$ ist ein Verlust, der durch eine unrichtige Annahme der Sterbefälle bei der Prämienberechnung entsteht, so liegt hierin eine gewisse Inkonsequenz; denn der Sterblichkeitsgewinn, der Zuschlagsgewinn und der Stornogewinn sind so festgestellt, als ob die Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung jeweils nur in der Sterblichkeit, in den Verwaltungskosten oder in den Stornohäufigkeiten von denen erster Ordnung abweichen, während sich für die Ermittlung des Zinsgewinnes alle Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung von denjenigen erster Ordnung unterscheiden.

Man müßte eigentlich, wie sich aus der Gewinngleichung sofort ergibt,

$(1 - {}_{t+1}V_x)(q_{x+t} - q_{[x]+t})$ als reinen Sterblichkeitsgewinn,

$[P_x(\beta-\beta') + (\gamma-\gamma')](1+i)$ als reinen Zuschlagsgewinn,

$[{}_{t+1}V_x - {}_{t+1}R_x(1 + \{1-\varrho\}i)]\,w_{[x]+t}$ als reinen Stornogewinn,

$[{}_tV_x + P_x(1-\beta) - \gamma - q_{x+t}(1-\nu)](i'-i)$ als reinen Zinsgewinn,

ferner $(1-\nu)(q_{x+t} - q_{[x]+t})(i'-i)$, $[P_x(\beta-\beta') + (\gamma-\gamma')](i'-i)$,
$-w_{[x]+t\,t+1}R_x(1-\varrho)(i'-i)$

als gemischten Zins-Sterblichkeitsgewinn, gemischten Zins-Zuschlagsgewinn und gemischten Zins-Stornogewinn bezeichnen.

Stellen wir im Anschluß hieran die entsprechenden Überlegungen mit Hilfe der kontinuierlichen Methode an, so läßt sich der Gewinn, der in diesem Falle zu einer Gewinnintensität wird, aus zwei Differentialgleichungen ermitteln, die den beiden Gleichungen (1) und (2) entsprechen.

Sämtliche Versicherungswerte, die durch die Rechnungsgrundlagen erster Ordnung bestimmt werden, ergeben sich aus folgender Thieleschen Differentialgleichung:

$$\text{(I)} \qquad \frac{d\,{}_t\overline{V}_x}{dt} = \overline{P}_x + \delta\,{}_t\overline{V}_x + \mu_{x+t}\,{}_t\overline{V}_x - \left(\beta\,\overline{P}_x + \gamma + \varphi(x,t)\right),$$

wobei μ_{x+t} die Sterbeintensität, δ die Zinsintensität und $\varphi(x,t)$ die Auszahlungsintensität darstellen. Die Auszahlungsintensität ergibt sich für Todesfallversicherungen zu $\varphi(x,t) = \mu_{x+t}$.

Aus der linearen inhomogenen Differentialgleichung erster Ordnung für ${}_t\overline{V}_x$ ergibt sich als Lösung:

$${}_t\overline{V}_x = e^{\int_0^t (\mu_{x+\varrho}+\delta)\,d\varrho}\left[\{(1-\beta)\,\overline{P}_x - \gamma\}\int_0^t e^{-\int_0^\nu (\mu_{x+\varrho}+\delta)\,d\varrho}\,d\nu - \int_0^t \varphi(x,\nu)\,e^{-\int_0^\nu (\mu_{x+\varrho}+\delta)\,d\varrho}\,d\nu + C\right]$$

Die Integrationskonstante C, die sich durch eine Anfangsbedingung bestimmen läßt, kann einmal dadurch berechnet werden, daß $t = 0$ gesetzt wird, dann muß ${}_0\overline{V}_x = -\alpha = C$ sein (in diesem Fall ist das Deckungskapital retrospektiv dargestellt); oder $t = n$ gesetzt wird, d. h. das Deckungskapital am Schluß der Versicherungsdauer betrachtet wird, wobei dann ${}_nV_x = S$ ist (hier wird also das Deckungskapital prospektiv ermittelt).

Um ferner die Thielesche Differentialgleichung für die Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung aufstellen zu können, muß vorausgesetzt werden, daß die Intensität des freiwilligen Ausscheidens σ'_{x+t} und die Sterbeintensität μ'_{x+t} voneinander unabhängig sind, genau wie die entsprechenden Häufigkeiten. Ferner sollen die hier verwendeten Deckungskapitale mit denen, die sich auf Grund der Rechnungsgrundlagen erster Ordnung ergeben haben, übereinstimmen, um die jeweils frei werdenden Mittel als Gewinn verteilen zu können und Umrechnungen der Deckungskapitale zu vermeiden, die außerdem vom Reichsaufsichtsamt nicht

gestattet würden. Somit gilt bezüglich der Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung folgende Thielesche Differentialgleichung:

$$\text{(II)} \qquad \frac{d_t \overline{V}_x}{dt} = \overline{P}_x + \delta' \, {}_t\overline{V}_x + \mu'_{x+t} \, {}_t\overline{V}_x + \sigma'_{x+t} \, {}_t\overline{V}_x - (\beta' \overline{P}_x + \gamma' + \sigma'_{x+t} \, {}_t\overline{R}_x + \varphi'(x,t) + g_{x+t}),$$

wobei g_{x+t} die Gewinnintensität und ${}_t\overline{R}_x$ den Rückkaufswert im Zeitmoment $x+t$ darstellen.

Die Integration dieser Differentialgleichung würde ergeben:

$${}_t\overline{V}_x = e^{\int_0^t (\mu'_{x+\varrho} + \sigma'_{x+\varrho} + \delta') \, d\varrho} \left[\{(1-\beta')\overline{P}_x - \gamma'\} \int_0^t e^{-\int_0^\nu (\mu'_{x+\varrho} + \sigma'_{x+\varrho} + \delta') \, d\varrho} \, d\nu \right.$$

$$\left. - \int_0^t \left(\varphi(x,\nu) + g_{x+\nu} + \sigma'_{x+\nu} \, {}_\nu\overline{R}_x\right) e^{-\int_0^\nu (\mu'_{x+\varrho} + \sigma'_{x+\varrho} + \delta') \, d\varrho} \, d\nu + C \right]$$

Aus den beiden Gleichungen für ${}_t\overline{V}_x$ die Gewinnintensität ermitteln zu wollen, wäre unzweckmäßig, denn ein bedeutend einfacherer Weg besteht darin, daß man die beiden Differentialgleichungen (I) und (II) einander gleichsetzt, wonach sich ergibt, wenn $\varphi(x.\,t) = \mu_{x+t}$ und $\varphi'(x,t) = \mu'_{x+t}$, d. h. also im Fall einer Todesfallversicherung:

$$\text{(III)} \qquad g_{x+t} = (\mu_{x+t} - \mu'_{x+t})(1 - {}_t\overline{V}_x) + (\delta' - \delta) \, {}_t\overline{V}_x + ({}_t\overline{V}_x - {}_t\overline{R}_x) \, \sigma'_{x+t} + P_x(\beta - \beta') + (\gamma - \gamma').$$

Der Unterschied zwischen den Gewinnen bei kontinuierlicher (Formel III) und diskontinuierlicher (Formel 3) Betrachtungsweise beruht lediglich darauf, daß im ersten Falle die Prämien in demselben Zeitmoment, in dem sie eingehen, auch verwendet werden, während im zweiten Falle die Jahresprämien im Laufe des Versicherungsjahres verbraucht werden, so daß in der Formel für die Gewinnintensität keine gemischten Gewinne auftreten können.

Die kontinuierliche Methode soll jedoch im folgenden nicht weiter verwendet werden, da die Funktion σ'_{x+t} nicht tabuliert vorliegt wie die Sterbeintensität μ'_{x+t}.

In den vorstehenden Ausführungen wurden für die Prämienberechnung und für die Deckungskapitalberechnung dieselben Rechnungsgrundlagen erster Ordnung verwendet. Der Gewinn sollte gemäß den Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung bestimmt werden.

Nachdem die Prämien für die gesamte Versicherungsdauer festgelegt sind, wäre es zwecklos, für die Deckungskapitalberechnung neue Rechnungsgrundlagen einzuführen, selbst auf die Gefahr, daß durch eine der Rechnungsgrundlagen erster Ordnung dem Versicherer, d. h. der Gesamtheit der Versicherten, ein Verlust entstehen sollte. Denn durch keine noch so geschickte Wahl der Rechnungsgrundlagen für die Berechnung der Deckungskapitale lassen sich tatsächliche Verluste in künstliche Gewinne umwandeln, da offensichtlich der Barwert der Gewinne aller Versicherungsjahre unabhängig von der Höhe der Deckungskapitale in den einzelnen Versicherungsjahren ist. Es ist daher zum Zwecke einer möglichst stetigen Gewinnbildung von Vorteil, für die Deckungskapitalberechnung die den Tarifprämien zugrunde liegenden Rechnungsgrundlagen für die ganze Versicherungsdauer beizubehalten, insbesondere, da in der Regel ein eventueller Zins- oder Sterblichkeitsverlust noch nicht einen Gesamtverlust $(g(x, t+1) < 0)$ zur Folge haben muß; ganz zu schweigen von der Tatsache, daß im anderen Falle die Prämien und die Deckungskapitale neu zu berechnen wären und, wenn die neu ermittelten Prämien noch durch die Tarifprämien gedeckt werden, eine vollständig neue Gewinnermittlung durchzuführen wäre.

II. Die Erwerbskosten und ihre Verrechnung.

Als seit der Mitte des vorigen Jahrhunderts durch den Aufschwung des Lebensversicherungsgeschäftes die an die Außenstellen beim Abschluß neuer Versicherungen gezahlten Provisionen größere Bedeutung gewannen, sahen sich viele Lebensversicherungsgesellschaften durch die Verwendung der Nettomethode bei der Deckungskapitalberechnung in die unangenehme Lage versetzt, daß der gesamte Geschäftsgewinn um so geringer ausfiel, je größer der Neuzugang im Verhältnis zum alten Bestand war. Allein um diesen Mißstand zu beseitigen, erdachte Zillmer eine Methode, die, den damaligen Umständen Rechnung tragend, bei der Deckungskapitalberechnung einen Erwerbskostensatz von 12,5 pro mille der Versicherungssumme verwendet, die übrigen unvermeidlichen Verwaltungskosten jedoch bei der Deckungskapitalberechnung unberücksichigt läßt. Zillmer lag seiner Zeit die uns heute allgemein leitende Forderung nach einer gerechten Prämie noch fern.

Diese von Zillmer 1863 empfohlene — aber zeitgebundene — Begrenzung der Erwerbskosten auf 12,5 pro mille der Versiche-

rungssumme bei der Deckungskapitalberechnung ist dann auf Antrag einiger Abgeordneter in § 11 Abs. 1 Satz 2 des Gesetzes über die privaten Versicherungsunternehmungen vom 12. Mai 1901 in einer irreführenden Fassung eingeführt worden, welche lautet: „Auch ist anzugeben, ob und in welchem Maße bei der Berechnung der Prämienreserve eine Methode angewandt werden soll, nach welcher anfänglich nicht die volle Prämienreserve zurückgestellt wird, wobei jedoch der Satz von zwölfeinhalb per Mille der Versicherungssumme nicht überschritten werden darf."

Gegen eine derartig allgemeine und schematische Begrenzung des Erwerbskostensatzes bei der Deckungskapitalberechnung nahm Höckner 1902 in seiner Schrift „Der Streit über die Zillmersche Methode" Stellung, indem er, dem Prinzip der Gleichheit der Leistung und Gegenleistung Rechnung tragend, neben die beiden Rechnungsgrundlagen — Ausscheideordnung und Zinsfuß — die Verwaltungskosten, aufgeteilt in Erwerbskosten, Inkassokosten und laufende Verwaltungskosten, als dritte Rechnungsgrundlage einführte, die nicht nur bei der Prämienberechnung, sondern auch bei der Deckungskapitalberechnung verwendet werden sollte. Die in der dritten Rechnungsgrundlage festgelegten Kostensätze sollten den durchschnittlichen, tatsächlichen Aufwendungen entsprechen. Diese Gedankengänge Höckners riefen starken Widerspruch hervor.

Das Reichsaufsichtsamt, das den Vorschlägen Höckners zunächst uninteressiert gegenüberstand, sah sich schließlich genötigt, seinen Forderungen und der nach dem Weltkriege allmählich einsetzenden Geldentwertung dadurch gerecht zu werden, daß es dem Ausschuß für Volkswirtschaft der verfassungsgebenden deutschen Nationalversammlung den Vorschlag machte, im § 11 Abs. 1 des Gesetzes über die privaten Versicherungsunternehmungen den Satz 2, der die allgemeine Begrenzung des im Deckungskapital verrechnungsfähigen Erwerbskostensatzes auf 12,5 pro mille der Versicherungssumme bestimmte, zu streichen. Dieser Vorschlag des Aufsichtsamtes wurde von der Nationalversammlung in der Sitzung vom 23. April 1920 angenommen und in einer Verordnung vom 29. April 1920 — betreffend die Änderung des Gesetzes über die privaten Versicherungsunternehmungen vom 12. Mai 1901 — veröffentlicht. Es sei an dieser Stelle ein Teil der vom Reichsaufsichtsamt ausgearbeiteten Begründung zur Änderung des Gesetzes von 1901 wiedergegeben, welcher lautet: „Die im Gesetz über die privaten Versicherungsunternehmungen festgelegte Grenze bezüglich der im Deckungskapital verrechnungsfähigen Erwerbskosten entspricht seit langer Zeit nicht mehr annähernd den tatsächlichen Verhältnissen, da die Erwerbskosten

seit Einführung der Abschlußprovision ständig gestiegen sind und voraussichtlich auch in Zukunft weiter steigen werden; die Änderung des Gesetzes ist deshalb von verschiedenen Seiten angeregt worden. Um freie Bahn zu schaffen, empfiehlt sich die völlige Streichung der Vorschrift; eine Erhöhung des gesetzlich zulässigen Höchstbetrages würde der künftigen Entwicklung nicht Rechnung tragen. Dazu kommt, daß der Gesetzestext an der Stelle, deren Streichung vorgeschlagen wird, mit der neuzeitlichen Auffassung von dem Wesen der Prämienreserve nicht im Einklang steht. Das Gesetz spricht davon, daß nicht die volle Prämienreserve zurückgestellt werde und sieht als volle Prämienreserve offenbar nur die nach der sogenannten Nettomethode berechnete Reserve an. In Wirklichkeit handelt es sich aber bei der modernen Rechnungsart nicht um eine Verkürzung der rechnungsmäßigen Prämienreserve, sondern nur um eine veränderte wirtschaftliche Auffassung von dem Wesen und Zweck dieser technischen Rücklage. Die unter Berücksichtigung der Erwerbskosten berechnete Prämienreserve ist zwar anfänglich geringer als die Reserve nach der Nettomethode, nähert sich der letzteren im Laufe der Versicherungsdauer aber immer mehr an, da nach der vollständigen Deckung der Abschlußkosten zu Beginn der Versicherung die späteren Prämieneinnahmen nach Abzug der rechnungsmäßigen Verwaltungskosten ganz für die allmähliche Auffüllung der Prämienreserve zur Verfügung stehen."

Nachdem die gesetzliche Norm, betreffend die im Deckungskapital verrechnungsfähigen Erwerbskosten, beseitigt war, lag es nunmehr in der Hand des Aufsichtsamtes, bezüglich der Verrechnung der Erwerbskosten im Deckungskapital die den jeweiligen Verhältnissen entsprechenden Anweisungen zu geben. Das Amt erließ zu diesem Zweck am 30. Mai 1921 folgendes Rundschreiben:

„Die Begründung der Verordnung vom 29. April 1920 insbesondere die aus der neuen Auffassung der Prämienreserve sich ergebenden Folgerungen dienen als Richtschnur. Es soll hiernach zulässig sein, in die Berechnung der Prämienreserve einen Satz der Erwerbskosten als dritte Rechnungsgrundlage einzustellen, der dem Aufbau der Tarifprämie der betreffenden Versicherungsgruppe zugrunde gelegt ist oder von einer früher in anderer Weise ermittelten Prämie unter Beachtung ihrer weiteren Aufgabe voraussichtlich gedeckt werden kann. Dabei ist in jedem Falle zu prüfen, in welchem Maße die Prämie noch mit einem besonderen Aufschlage zur Tilgung etwaiger Verluste aus vorzeitigem Abgang zu belasten ist.

Unter diesen Vorsichtsmaßnahmen soll es erlaubt sein, die erfahrungsgemäß für den Erwerb neuer Versicherungen aufzuwen-

denden Kosten als rechnungsmäßige Erwerbskosten zu berücksichtigen.

Die Gesellschaft soll jedoch gebunden sein, in dem zu veröffentlichenden Jahresberichte die Summe der aufgewendeten Verwaltungskosten jeder Art mit der Summe der rechnungsmäßig zu ihrer Deckung bestimmten Mittel zu vergleichen.

Das Amt hat sich vorbehalten, für diese Gegenüberstellung besondere Vorschriften zu erlassen."

Durch den nach 1920 aber immer stärker einsetzenden Verfall der deutschen Währung wurden die für den alten Bestand bereits angesammelten Reserven fast völlig entwertet. Wenn unter diesen Verhältnissen bei der Deckungskapitalberechnung für den Neuzugang der den tatsächlichen Aufwendungen entsprechende Erwerbskostensatz hätte Verwendung finden können, so wäre unter Umständen das Deckungskapital für den Neuzugang negativ, und damit auch das gesamte Vermögen zur Deckung der Verbindlichkeiten unzureichend geworden, weil der alte Bestand völlig verfallen war. Um einen derartigen Zusammenbruch vieler Versicherungsgesellschaften zu vermeiden, stellte das Amt in dem Rundschreiben vom 11. April 1923 die grundsätzliche Forderung auf, daß in der ersten Jahresprämie und den damit verbundenen Zuschlägen und Gebühren der Unternehmung diejenigen Mittel zufließen müssen, die für den Haushalt der mit laufender Prämie neu abgeschlossenen Versicherungen im ersten Jahre gebraucht werden, so daß die Bilanzreserve der alten Versicherungen mit dem Hinzukommen neuer Versicherungen bei Berücksichtigung von Erwerbskosten nicht gemindert wird. Die Forderung führte zu einer Beschränkung der bei Berechnung der Prämienreserve zu berücksichtigenden Erwerbskosten auf einen Satz, bei welchem die für das Ende des ersten Versicherungsjahres berechnete Prämienreserve nicht kleiner als Null werden durfte. Außerdem begrenzte das Rundschreiben die Abschlußprovison für die einzelnen Versicherungen auf 80 Prozent der Tarifprämie und den Gesamtbetrag der äußeren Erwerbskosten auf 35 pro mille der Versicherungssumme des Neugeschäfts.

Nachdem schließlich durch die Inflation der alte Bestand vollkommen wertlos geworden war, sahen sich nach der Stabilisierung der deutschen Währung alle Lebensversicherungsgesellschaften gezwungen, einen neuen Bestand aufzubauen. Da aber seinerzeit die Gesellschaften noch über keine erheblichen freien Reserven verfügten, so bestand einerseits die Notwendigkeit, bei der Prämien- und Deckungskapitalberechnung den durchschnittlich aufgewendeten Erwerbskostensatz zu berücksichtigen, andererseits mußte jedoch der im Deckungskapital verrechnungsfähige Erwerbs-

kostensatz noch beschränkt werden, um zu vermeiden, daß das Deckungskapital für den gesamten Bestand negativ wurde. Eine Beschränkung der im Deckungskapital verrechnungsfähigen Erwerbskosten mußte in diesem Falle die Wirkung haben, da keine nennenswerten Reserven vorhanden waren, entweder den im Deckungskapital nicht verrechnungsfähigen Teil der Erwerbskosten durch einen besonderen Zuschlag zur ersten Jahresprämie zu decken, oder einen Druck auf die tatsächlich aufzuwendenden Erwerbskosten auszuüben, da sonst die Gesellschaften in den ersten Jahren ihre Zahlungen hätten einstellen müssen. Von diesem Standpunkt aus ist das am 28. Januar 1926 an alle vom Reichsaufsichtsamt für Privatversicherung beaufsichtigten in- und ausländischen größeren Lebensversicherungsunternehmungen gerichtete Rundschreiben zu verstehen, wonach bei der Berechnung der Prämienreserve der vom 1. Januar 1926 an neu abgeschlossenen Versicherungen höchstens ein Erwerbskostensatz von 35 pro mille der Versicherungssumme eingestellt werden konnte. Für den Fall, daß der tatsächliche Aufwand an Erwerbskosten hinter dieser Grenze zurückbleiben sollte, durfte naturgemäß nur der tatsächlich aufgewendete, niemals aber mehr als der in der Prämie eingerechnete Erwerbskostensatz bei der Deckungskapitalberechnung verwendet werden. Die Bestimmung, wonach die gesamten aus dem Erwerbe neuer Versicherungen erwachsenden und den Prämien des ersten Versicherungsjahres zur Last fallenden Kosten einschließlich der Ausgaben für Sterbefälle, Prämienreserve, Prämienüberträge und laufende Verwaltungskosten in der Einnahme des ersten Jahres ihre Deckung finden sollten, wurde aufgegeben. Dagegen blieben die sonstigen Bestimmungen des Rundschreibens vom 11. April 1923, soweit sie auf eine Begrenzung der äußeren Erwerbskosten abzielten, bestehen. Es durfte also nach wie vor die für die einzelnen Versicherungen aufgewendete Abschlußprovison nicht mehr als 80 Prozent der Tarifprämie betragen; auch durfte der Gesamtbetrag der äußeren Erwerbskosten 35 pro mille der Versicherungssumme des Neugeschäfts nicht übersteigen.

An dieser Begrenzung der im Deckungskapital verrechnungsfähigen Erwerbskosten auf 35 pro mille der Versicherungssumme hielt das Amt auch in seinem Rundschreiben vom 25. März 1929, das auch heute noch maßgebend ist, fest, obgleich der den tatsächlichen Verhältnissen entsprechende Erwerbskostensatz in der Regel erheblich höher war und auch heute noch ist; ferner den Gesellschaften zur Bestreitung höherer Erwerbskosten die notwendigen Mittel zur Verfügung stehen, was ohne weiteres daraus geschlossen werden kann, daß Gesellschaften, die für den Neuzugang mehr

als 35 pro mille der Versicherungssumme aufzuwenden haben, heute noch bestehen.

Es soll nun in den folgenden Ausführungen dargestellt werden, welche Maßnahmen die Gesellschaften, die mehr als 35 pro mille der Versicherungssumme als Erwerbskosten aufzuwenden haben, wegen der Bestimmungen des Reichsaufsichtsamtes ergreifen müssen, und zu welchen Folgen dieselben führen müssen.

III. Die Folgen einer Beschränkung der im Deckungskapital verrechnungsfähigen Erwerbskosten.

1. Die Deckung der nicht im Deckungskapital verrechnungsfähigen Erwerbskosten aus den allgemeinen laufenden Verwaltungskosten.

Um die gesamten mit einer Lebensversicherung notwendig verbundenen Kosten aufzubringen, ließe sich folgendes Verfahren anwenden.

Bei der Prämien- und Deckungskapitalberechnung wird für die Erwerbskosten, ungeachtet der tatsächlichen Kosten, ein Satz verwendet, der vom Reichsaufsichtsamt anerkannt wird, während die Inkassokosten, die laufenden Verwaltungskosten und eventuell auch noch der Sicherheitszuschlag so bestimmt werden, daß durch die gesamte jährliche Prämieneinnahme auch die tatsächlichen Aufwendungen innerhalb des betreffenden Jahres gedeckt werden können. Es soll also der im Deckungskapital nicht verrechnete Teil der Erwerbskosten des Neuzugangs bereits im ersten Versicherungsjahr in der Bilanz abgeschrieben werden. Die Wirkung einer derartigen Rechnungsweise ist, daß der alte Bestand mit einem Teil der Erwerbskosten des Neuzugangs belastet wird, und zwar Jahr für Jahr. Es müssen in diesem Fall die Kostensätze — natürlich mit Ausnahme des Erwerbskostensatzes — um so erheblicher werden, je größer der Neuzugang ist; oder anders ausgedrückt — da die Tarifprämien festliegen — der gesamte Jahresgewinn muß um so kleiner ausfallen, je größer der Neuzugang ist.

Die Belastung des Zugangs mit den auf ihn entfallenden Erwerbskosten kann jetzt aber nicht mehr erreicht werden, da die dieser Gesamtheit in Zukunft zu gewährenden Gewinnanteile in starkem Maße von den zukünftigen Zugängen abhängig sind. Durch eine derartige Verrechnung der Erwerbskosten muß von vornherein jedes an sich noch so gerechte Gewinnverteilungssystem sinnlos werden.

Sollen andererseits die Jahresprämien so bestimmt sein, daß jede Versicherung auch die durchschnittlichen Erwerbskosten aufbringt, so müssen beispielsweise die laufenden Verwaltungskosten um einen gewissen Satz erhöht werden, so daß der Barwert der Differenz zwischen den erhöhten laufenden Verwaltungskosten und den tatsächlichen laufenden Verwaltungskosten gleich ist den nicht im Deckungskapital verrechneten Erwerbskosten. Denn es ergibt sich die mit den tatsächlichen durchschnittlichen Kosten belastete Prämie aus folgender Gleichung:

$$P_x \, a_{x\overline{m}|} = A_{x\overline{n}|} + \alpha_1 + \beta_1 P_x \, a_{x\overline{m}|} + \gamma_1 \, a_{x\overline{n}|},$$

während die Prämie mit den erhöhten laufenden Verwaltungskosten und den geringeren Erwerbskosten folgender Gleichung genügt:

$$P_x \, a_{x\overline{m}|} = A_{x\overline{n}|} + \alpha_2 + \beta_1 P_x \, a_{x\overline{m}|} + \gamma_2 \, a_{x\overline{n}|}.$$

Aus der Differenz der beiden Gleichungen folgt:

$$(\alpha_1 - \alpha_2) + (\gamma_1 - \gamma_2) \, a_{x\overline{n}|} = 0$$

oder:

$$(\alpha_1 - \alpha_2) = (\gamma_2 - \gamma_1) \, a_{x\overline{n}|}.$$

In diesem Falle würde sich die Tilgung der nicht im Deckungskapital verrechnungsfähigen Erwerbskosten auf die gesamte Versicherungsdauer erstrecken, ferner würden die durch die Verwendung der übrigen Rechnungsgrundlagen erster Ordnung entstehenden Gewinne unberücksichtigt bleiben. In welcher Weise die nicht im Deckungskapital verrechneten Erwerbskosten aus den jährlichen Gewinnen gedeckt werden können, soll im nächsten Abschnitt ausgeführt werden.

2. Die Deckung der nicht im Deckungskapital verrechnungsfähigen Erwerbskosten aus den jährlichen Gewinnen.

Eine zweite Möglichkeit, die Versicherungsnehmer mit den tatsächlichen durchschnittlichen Kosten zu belasten, besteht darin, für die Inkassokosten und die laufenden Verwaltungskosten bei der Prämien- und Deckungskapitalberechnung die in den Rechnungsgrundlagen erster Ordnung festgelegten Kostensätze zu verwenden, während für die Erwerbskosten der Höchstsatz von 35 pro mille der Versicherungssumme in Ansatz gebracht wird, und der nicht im Deckungskapital verrechnete Teil der tatsächlichen Erwerbskosten aus den jährlichen Gewinnen getilgt wird.

Die in den einzelnen Versicherungsjahren entstandenen Gewinne sollen auf Grund der im ersten Teil aufgestellten Gewinngleichung ermittelt werden.

Dieses Verfahren zur Verrechnung der Erwerbskosten hat den Vorteil, daß jede Risikogruppe auch mit den auf sie entfallenden Kosten belastet wird und nicht etwa der gesamte Bestand. Die weiteren Folgen einer derartigen Verrechnung der Erwerbskosten sollen durch ein Beispiel für einen gesamten Tarifverband dargelegt werden.

Um den jährlich auf eine Risikogruppe entfallenden Gewinn ermitteln zu können, müssen bezüglich der Rückkaufswerte, die nach Tilgung der nicht im Deckungskapital verrechnungsfähigen Erwerbskosten gezahlt werden sollen, bestimmte Annahmen gemacht werden; denn die Rückkaufswerte, die vor der endgültigen Tilgung der nicht im Deckungskapital verrechneten Erwerbskosten zu zahlen sind, werden außerdem noch durch den nicht getilgten Teil der Erwerbskosten bestimmt. Nehmen wir an, da sich der Rückkaufswert nach dem jeweilig vorhandenen Deckungskapital richten wird, und da jährliche pränumerando Prämienzahlung vorausgesetzt ist, daß der höchste Rückkaufswert 95 Prozent des am Ende des laufenden Versicherungsjahres vorhandenen Deckungskapitals beträgt. Die Begrenzung des Rückkaufswertes auf 95 Prozent des Deckungskapitals ist unter anderem gewählt worden, weil durch die Stornierung Kosten entstehen, die allein von den vorzeitig ausscheidenden Versicherten getragen werden müssen.

Bezüglich der Rückkaufswerte, die in der Zeit zu gewähren sind, während welcher die im Deckungskapital nicht verrechneten Erwerbskosten durch die jährlichen Gewinne noch nicht getilgt sind, ist folgende Festsetzung zu treffen. Wird im t. Versicherungsjahr nach Zahlung der Jahresprämie der Rückkaufswert beantragt, so ist vom Deckungskapital am Ende des t. Versicherungsjahres der zu Beginn der Versicherung nicht verrechnete Teil der Abschlußkosten in Abzug zu bringen, und die in den ersten t Jahren angefallenen Gewinne sind hinzuzufügen. Da ferner im ersten Teil angenommen worden ist, daß die Rückkaufswerte eines Versicherungsjahres alle durchschnittlich nach Ablauf des Jahresbruchteils ϱ gezahlt werden, so ergibt sich für die Berechnung der Rückkaufswerte im t. Versicherungsjahr x jährig beigetretener Personen derselben Risikogruppe folgende Gleichung:

$$(4) \qquad (1+\{1-\varrho\}\,i')\,l_{[x]+t}\;{}_tR_x = l_{[x]+t}\,{}_tV_x + l_{[x]+t-1}\,g\,(x,t) + \ldots$$
$$+ l_{[x]+1}\,g\,(x.\,2)\,(1+i')^{t-2} + l_{[x]}\,g\,(x,1)\,(1+i')^{t-1}.$$

Hierin stellt $g\,(x,t)$ den Gewinn im t. Versicherungsjahr dar und, wie aus Gleichung (3a) für $g(x,1)$ hervorgeht, ist in dem Gewinn des ersten Versicherungsjahres der im Deckungskapital nicht verrechnete Teil der Erwerbskosten mit einbegriffen.

Formen wir die obere Gleichung (4) noch etwas um, so ergibt sich:

$$(1+\{1-\varrho\}\,i')\,{}_tR_x = {}_tV_x + \frac{g(x,t)}{p_{[x]+t-1}} + \frac{g\,(x,t-1)\,(1+i')}{p_{[x]+t-1}\,p_{[x]+t-2}} + \cdots$$

$$+ \frac{g\,(x,2)\,(1+i')^{t-2}}{p_{[x]+t-1}\,p_{[x]+t-2}\cdots p_{[x]+1}} + \frac{g\,(x,1)\,(1+i')^{t-1}}{p_{[x]+t-1}\,p_{[x]+t-2}\cdots p_{[x]+1}\,p_{[x]}}$$

$$(5)\qquad (1+\{1-\varrho\}\,i')\,{}_tR_x = {}_tV_x + \sum_0^{t-1} k \frac{g\,(x,t-k)}{\prod_\lambda^{0\,k} p_{[x]+t-1-\lambda}} - (1+i')^k.$$

Da andererseits aber auch der Gewinn des $t.$ Versicherungsjahres von dem Rückkaufswert im $t.$ Versicherungsjahr abhängig ist, so ergibt sich zur Bestimmung des Rückkaufswertes und des Gewinnes im $t.$ Versicherungsjahr das Gleichungssystem:

$$(1+\{1-\varrho\}\,i')\,{}_tR_x = {}_tV_x + \sum_0^{t-1} k \frac{g\,(x,t-k)}{\prod_\lambda^{0\,k} p_{[x]+t-1-\lambda}} (1+i')^k$$

$$(6)\quad g(x,t+1) = (1-{}_{t+1}V_x)\,(q_{x+t}-q_{[x]+t}) + [P_x(\beta-\beta') + (\gamma-\gamma')]\,(1+i)$$
$$-q_{[x]+t}\,(1-\nu)\,i + w_{[x]+t\;\,t+1}V_x - w_{[x]+t\;\,t+1}R_x\,(1+\{1-\varrho\}\,i')$$
$$+ [{}_tV_x + P_x\,(1-\beta') - \gamma' - q_{[x]+t}(1-\nu)]\,(i'-i).$$

Da in Gleichung (5) ferner noch die Gewinne der Vorjahre auftreten, so läßt sich ${}_tR_x$ und $g\,(x,t)$ immer nur berechnen, wenn zuvor ${}_{t\;1}R_x$ und $g\,(x,t-1)$ berechnet sind, bis man schließlich auf ${}^1R_x$ und $g\,(x,1)$ zurückgeführt wird.

Betrachten wir die Rückkaufswerte im $t.$ und $(t-1).$ Versicherungsjahr, so ergibt sich aus den beiden Gleichungen:

$$(1+\{1-\varrho\}\,i')\,{}_tR_x - {}_tV_x = \sum_0^{t-1} k \frac{g\,(x,t-k)}{\prod_\lambda^{0\,k} p_{[x]+t-1-\lambda}} (1+i')^k$$

$$(1+\{1-\varrho\}\,i')\,{}_{t-1}R_x - {}_{t-1}V_x = \sum_0^{t-2} k \frac{g\,(x,t-1-k)}{\prod_\lambda^{0\,k} p_{[x]+t-2-\lambda}} (1+i')^k$$

$$(1+\{1-\varrho\}\,i')\,{}_tR_x-{}_tV_x-\frac{1+i'}{p_{[x]+t-1}}[(1+\{1-\varrho\}\,i')_{t-1}R_x-{}_{t-1}V_x]=\frac{g(x,t)}{p_{[x]+t-1}},$$

also die Rekursionsformel:

$$(7)\quad (1+\{1-\varrho\}\,i')\,{}_tR_x$$

$$={}_tV_x+\frac{1}{p_{[x]+t-1}}[g(x,t)+\{(1+\{1-\varrho\}\,i')\,{}_{t-1}R_x-{}_{t-1}V_x\}(1+i')].$$

Aus dieser Rekursionsformel, ebenso wie aus der ursprünglichen Gleichung (4), ist zu ersehen, daß ${}_tR_x<0$ werden kann; d. h. die vorzeitig ausscheidenden Versicherten müßten im Falle einer konsequenten Durchführung des Prinzips von der Gleichheit der Leistung und Gegenleistung bei ihrem Austritt noch eine zusätzliche Zahlung an die Gesellschaft, oder besser an die im Bestand der Gesellschaft verbleibenden Versicherten, zur Deckung der für sie aufgewendeten Kosten leisten. Da hier die strenge Anwendung des Grundsatzes von der Gleichheit der Leistung und Gegenleistung praktisch nicht möglich ist, ohne das Ansehen der Lebensversicherung allgemein zu gefährden, so muß das Prinzip einmal durchbrochen werden, ohne daß hieraus jedoch die Schlußfolgerung gezogen werden darf, die Forderung, den Neuzugang mit den gesamten Anwerbekosten zu belasten, sei widersinnig. Ist also ${}_tR_x<0$, so werden keine Rückkaufswerte gezahlt; diese Beträge müssen damit zu Lasten der treubleibenden Versicherten gehen. Die Stornoverluste werden aber, wie ebenfalls aus den beiden Gleichungen (4) und (7) zu erkennen ist, bei der Berechnung der späteren Rückkaufswerte berücksichtigt, so daß also wenigstens der anfängliche Stornoverlust durch einen späteren Stornogewinn wieder ausgeglichen wird.

Wenn auf Grund der vorstehenden Gleichung (5) oder (7) ${}_tR_x\geq 0{,}95\;{}_tV_x$ werden sollte, so wird trotzdem nur 95 Prozent des Deckungskapitals als Rückkaufswert gezahlt, da der höchste Rückkaufswert auf 95 Prozent des Deckungskapitals festgesetzt worden ist. Der eventuell noch verbleibende Überschuß wird dann am Ende des Jahres als Dividende verteilt.

Eine Dividende kann naturgemäß am Ende des t. Versicherungsjahres immer erst verteilt werden, wenn die im Deckungskapital nicht verrechneten Erwerbskosten und die anfänglichen

Stornoverluste durch die angesammelten Gewinne gedeckt sind, d. h. also, wenn:

$$(8) \quad 0 < l_{[x]+t-1}\, g\,(x,t) + l_{[x]+t-2}\, g\,(x,t-1)\,(1+i') + \ldots + l_{[x]}\, g\,(x,1)\,(1+i')^{t-1}.$$

Da der Gewinn an die zu Beginn des t. Versicherungsjahres lebenden Personen zu verteilen ist, so ergibt sich, daß die Gewinnverteilung dann einsetzt, wenn:

$$y\,(x,t) = g\,(x,t) + \frac{g\,(x,t-1)}{p_{[x]+t-2}}\,(1+i') + \ldots + \frac{g\,(x,1)}{p_{[x]+t-2}\cdots p_{[x]+1}\,p_{[x]}}\,(1+i')^{t-1} > 0.$$

$$(9) \quad y\,(x,t) = p_{[x]+t-1} \sum_{0}^{t-1} {}_{k} \frac{g\,(x,t-k)}{\prod_{\lambda}^{k} p_{[x]+t-1-\lambda}}\,(1+i')^{k} > 0.$$

Die Beziehung (9) kann unter Verwendung der Gleichungen (5) und (7) auch geschrieben werden als:

$$(9\,a) \quad y\,(x,t) = g\,(x,t) + [(1+\{1-\varrho\}\,i')\,{}_{t-1}R_x - {}_{t-1}V_x]\,(1+i').$$

$y\,(x,t)$ stellt den Gewinn dar, der an alle zu Beginn des t. Versicherungsjahres lebenden Personen, die $x$jährig beigetreten sind, am Ende des t. Versicherungsjahres als erste Dividende zu verteilen wäre, wobei natürlich die Gewinne in den einzelnen Versicherungsjahren unter Berücksichtigung der entsprechenden Rückkaufswerte zu berechnen sind.

Bezüglich der Zahlung von Rückkaufswerten und Dividenden sollen also zusammenfassend folgende Bestimmungen gelten:

1. Ist $\quad {}_{t}V_x < 0 \quad$ und $\quad {}_{t}R_x < 0,$

so kann weder ein Rückkaufswert gezahlt werden, noch kann eine Dividende ausgeschüttet werden.

2. Ist $\quad {}_{t}V_x > 0 \quad$ und $\quad {}_{t}R_x < 0,$

so kann ebenfalls weder ein Rückkaufswert noch eine Dividende gezahlt werden.

3. Ist $\quad {}_{t}V_x < 0 \quad$ und $\quad {}_{t}R_x > 0,$

so kann noch kein Rückkaufswert gezahlt werden, wohl aber am Ende des Versicherungsjahres eine Dividende.

4. Ist $${}_tV_x > 0 \qquad \text{und} \qquad {}_tR_x > 0,$$

so kann, wenn

a) $$y(x.t) < 0 \qquad \text{ist,}$$

ein Rückkaufswert, aber noch keine Dividende gewährt werden;

b) $$y(x,t) > 0 \qquad \text{ist,}$$

sowohl ein Rückkaufswert als auch eine Dividende gewährt werden.

In jedem Fall muß wegen der Festsetzung zu Beginn dieses Abschnittes ${}_tR_x \leqq 0{,}95\,{}_tV_x$ sein, selbst wenn sich auf Grund der Gleichungen (5) oder (7) für ${}_tR_x$ ein größerer Wert ergeben sollte.

Um die Wirkung dieser Art der Verrechnung der Erwerbskosten erkennen zu können, soll für einen gesamten Tarif die Berechnung der Rückkaufswerte und der Gewinne durchgeführt werden. Es soll sich hierbei um gemischte Versicherungen mit einer Prämienzahlungsdauer bis zum 70. Lebensjahr und mit einer Versicherungsdauer bis zum 85. Lebensjahr für verschiedene Beitrittsalter handeln.

Die Rechnungsgrundlagen erster Ordnung sollen gegeben sein durch:

1. Reichssterbetafel 1901/1910, Männer;
2. Zinsfuß 3,5 Prozent;
3. $\alpha = 0{,}035$ der Versicherungssumme,
   $\beta = 0{,}050$ der Prämie,
   $\gamma = 0{,}003$ der Versicherungssumme.

Die Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung sollen gegeben sein durch:

1. Reichssterbetafel 1924/1926, Männer;
2. Stornotafel $VSd(i)\,\frac{96/05}{96/06}$ [10];
3. Zinsfuß 4 Prozent;
4. $\alpha' = 0{,}040, = 0{,}050, = 0{,}060, = 0{,}070$ der Versicherungssumme,
   $\beta' = 0{,}030$ der Prämie,
   $\gamma' = 0{,}002$ der Versicherungssumme.

   Ferner sei $\nu = \varrho = 0{,}5$ gesetzt.

Die Prämien für die verschiedenen Beitrittsalter berechnen sich mit Hilfe der Rechnungsgrundlagen erster Ordnung für 1000 RM. Versicherungssumme zu:

Beitrittsalter	Prämie
20	18,501
25	20,970
30	24,284
35	28,711
40	34,533
45	42,425
50	53,688

Die Gewinne für die verschiedenen Beitrittsalter in den einzelnen Versicherungsjahren sind in den folgenden Tabellen mit Hilfe der im ersten Teil aufgestellten Gewinngleichung für 1000 RM. Versicherungssumme festgelegt worden. Da die Gewinne als von den Rückkaufswerten abhängig betrachtet werden müssen, so ist die Gewinngleichung (3) zweckmäßig in folgender Form zu verwenden:

$$
\begin{aligned}
(10)\; g(x,t+1) = {} & (1-{}_{t+1}V_x)(q_{x+t}-q_{[x]+t})+[P_x(\beta-\beta')+(\gamma-\gamma')](1+i) \\
& -q_{[x]+t}(1-\nu)i+[{}_tV_x+P_x(1-\beta')-\gamma'-q_{[x]+t}(1-\nu)](i'-i) \\
& +w_{[x]+t\,t+1}V_x-w_{[x]+t\,t+1}R_x(1+\{1-\varrho\}i'),
\end{aligned}
$$

wobei ${}_tR_x = 0$, wenn ${}_tV_x < 0$.

Für $t=0$ gilt:

$$
\begin{aligned}
g(x,1) = {} & (1-{}_1V_x)(q_x-q_{[x]})+[(\alpha-\alpha')+P_x(\beta-\beta')+(\gamma-\gamma')](1+i) \\
& -q_{[x]}(1-\nu)i+[P_x(1-\beta')-\alpha'-\gamma'-q_{[x]}(1-\nu)](i'-i) \\
& +w_{[x]1}V_x-w_{[x]1}R_x(1+\{1-\varrho\}i').
\end{aligned}
$$

Ferner seien zur Abkürzung noch folgende Bezeichnungen eingeführt:

$$
\begin{aligned}
{}_{t+1}Ri_x &= (1-{}_{t+1}V_x)(q_{x+t}-q_{[x]+t}), \\
{}_{t+1}Zu_x &= [P_x(\beta-\beta')+(\gamma-\gamma')](1+i), \\
{}_{t+1}Zi_x &= [{}_tV_x+P_x(1-\beta')-\gamma'-q_{[x]+t}(1-\nu)](i'-i), \\
{}_{t+1}St_x &= w_{[x]+t}[{}_{t+1}V_x-0{,}95\,{}_{t+1}V_x(1+\{1-\varrho\}i')].
\end{aligned}
$$

Beitrittsalter $x = 50$.

t	${}_{t+1}Ri_x$	${}_{t+1}Zu_x$	$-q_{[x]+t}(1-\nu)i$	${}_{t+1}Zi_x$	${}_{t+1}St_x$	$w_{[x]+t}\,{}_{t+1}V_x$
		2,1463		0,0496		
		− 3,0287		0,0246		
0	6,6535	−13,3787	−0,1803	−0,0254		−0,1355
		−23,7287		−0,0754		
		−34,0787		−0,1254		
1	6,8300	2,1463	−0,1936	0,2050	0,0302	0,9757
2	6,9486	2,1463	−0,2083	0,3629	0,0314	1,0126
3	6,8749	2,1463	−0,2266	0,5230	0,0377	1,2154
4	6,7662	2,1463	−0,2483	0,6860	0,0445	.
5	6,7755	2,1463	−0,2709	0,8520	0,0489	.
10	5,8501	2,1463	−0,4134	1,7377	0,0583	.
15	4,3945	2,1463	−0,6461	2,7539	0,1036	
19	2,3524	2,1463	−0,9293	3,7505	0,1564	
20	2,2720	1,0350	−1,0164	3,7851	0	
25	1,8721	1,0350	−1,6434	3,9541	0	
30	1,4317	1,0350	−2,4843	4,1149	0	
34	0	1,0350	−3,4596	4,3417	0	

Die bei $t = 0$ auftretenden fünf Werte stellen die Gewinne bzw. Verluste für

$$\alpha' - \alpha = 0, \quad = 0{,}005, \quad = 0{,}015, \quad = 0{,}025, \quad = 0{,}035$$

dar.

Beitrittsalter $x = 45$.

t	${}_{t+1}Ri_x$	${}_{t+1}Zu_x$	$-q_{[x]+t}(1-\nu)i$	${}_{t+1}Zi_x$	${}_{t+1}St_x$	$w_{[x]+t}\,{}_{t+1}V_x$
		1,9132		0,0027		
		− 3,2618		−0,0223		
0	5,2630	−13,6118	−0,1265	−0,0723		−0,3920
		−23,9618		−0,1223		
		−34,3118		−0,1723		
1	5,3579	1,9132	−0,1356	0,1255	0,0160	0,5174
2	5,4865	1,9132	−0,1444	0,2501	0,0210	0,6777
3	5,6729	1,9132	−0,1542	0,3779	0,0266	0,8570
4	5,7652	1,9132	−0,1666	0,5067	0,0319	1,0287
5	5,8311	1,9132	−0,1803	0,6376	0,0347	.
10	5,9661	1,9132	−0,2709	1,3228	0,0391	.
15	5,2020	1,9132	−0,4134	2,0739	0,0704	.
20	4,0131	1,9132	−0,6461	2,9259	0,1105	
24	2,3524	1,9132	−0,9293	3,7493	0,1564	
25	2,2720	1,0350	−1,0164	3,7851	0	
30	1,8721	1,0350	−1,6434	3,9541	0	
35	1,4317	1,0350	−2,4843	4,1149	0	
39	0	1,0350	−3,4596	4,3417	0	

Beitrittsalter $x = 40$.

t	${}_{t+1}Ri_x$	${}_{t+1}Zu_x$	$-q_{[x]+t}{}^{(1-\nu)i}$	${}_{t+1}Zi_x$	${}_{t+1}St_x$	$w_{[x]+t\,t+1}V_x$
		1,7498		−0,0309		
		− 3,4252		−0,0559		
0	3,9270	−13,7752	−0,0936	−0,1059		−0,5978
		−24,1252		−0,1559		
		−34,4752		−0,2059		
1	4,0859	1,7498	−0,0996	0,0696	0,0068	0,2181
2	4,2433	1,7498	−0,1059	0,1717	0,0149	0,4792
3	4,3463	1,7498	−0,1120	0,2753	0,0210	0,6782
4	4,5487	1,7498	−0,1185	0,3811	0,0255	0,8236
5	4,7318	1,7498	−0,1265	0,4884	0,0276	0,8904
6	4,8189	1,7498	−0,1356	0,5971	0,0297	0,9591
7	4,9365	1,7498	−0,1444	0,7077	0,0284	.
8	5,1067	1,7498	−0,1542	0,8203	0,0273	.
9	5,1924	1,7498	−0,1666	0,9341	0,0267	.
10	5,2548	1,7498	−0,1803	1,0496	0,0296	
15	5,3990	1,7498	−0,2709	1,6527	0,0495	
20	4,7478	1,7498	−0,4134	2,3094	0,0789	
25	3,7459	1,7498	−0,6461	3,0465	0,1153	
29	2,3524	1,7498	−0,9293	3,7486	0,1564	
30	2,2720	1,0350	−1,0164	3,7851	0	
35	1,8721	1,0350	−1,6434	3,9541	0	
40	1,4317	1,0350	−2,4843	4,1149	0	
44	0	1,0350	−3,4596	4,3417	0	

Beitrittsalter $x = 35$.

t	${}_{t+1}Ri_x$	${}_{t+1}Zu_x$	$-q_{[x]+t}{}^{(1-\nu)i}$	${}_{t+1}Zi_x$	${}_{t+1}St_x$	$w_{[x]+t\,t+1}V_x$
		1,6293		−0,0564		
		− 3,5457		−0,0814		
0	2,7695	−13,8957	−0,0744	−0,1314		−0,8402
		−24,2457		−0,1814		
		−34,5957		−0,2314		
1	2,9031	1,6293	−0,0777	0,0272		−0,0470
2	3,0787	1,6293	−0,0814	0,1123	0,0102	0,3293
3	3,3227	1,6293	−0,0845	0,1991	0,0183	0,5897
4	3,4787	1,6293	−0,0886	0,2870	0,0220	0,7090
5	3,5971	1,6293	−0,0936	0,3765	0,0254	0,8180
6	3,7435	1,6293	−0,0996	0,4676	0,0265	0,8561
7	3,8886	1,6293	−0,1059	0,5600	0,0268	0,8650
8	4,0050	1,6293	−0,1120	0,6539	0,0265	0,8539
9	4,1707	1,6293	−0,1185	0,7496	0,0260	.
10	4,3399	1,6293	−0,1265	0,8467	0,0280	.
15	4,8296	1,6293	−0,1803	1,3536	0,0387	.
20	4,9806	1,6293	−0,2709	1,8961	0,0572	
25	4,4128	1,6293	−0,4134	2,4832	0,0851	
30	3,5487	1,6293	−0,6461	3,1354	0,1189	
34	2,3524	1,6293	−0,9293	3,7480	0,1564	
35	2,2720	1,0350	−1,0164	3,7851	0	
40	1,8721	1,0350	−1,6434	3,9541	0	
45	1,4317	1,0350	−2,4843	4,1149	0	
49	0	1,0350	−3,4596	4,3417	0	

Beitrittsalter $x = 30$.

t	$_{t+1}Ri_x$	$_{t+1}Zu_x$	$-q_{[x]+t}(1-\nu)i$	$_{t+1}Zi_x$	$_{t+1}St_x$	$w_{[x]+t}\,{}_{t+1}V_x$
		1,5377		−0,0774		
		− 3,6373		−0,1024		
0	1,5419	−13,9873	−0,0709	−0,1524		−1,3127
		−24,3373		−0,2024		
		−34,6873		−0,2524		
1	1,6512	1,5377	−0,0712	−0,0081		−0,4169
2	1,8157	1,5377	−0,0714	0,0633	0,0070	0,2267
3	2,0717	1,5377	−0,0716	0,1366	0,0161	0,5196
4	2,3665	1,5377	−0,0725	0,2114	0,0203	0,6538
5	2,5744	1,5377	−0,0744	0,2872	0,0239	0,7706
6	2,6990	1,5377	−0,0777	0,3643	0,0245	0,7903
7	2,8627	1,5377	−0,0814	0,4428	0,0262	0,8456
8	3,0900	1,5377	−0,0845	0,5228	0,0262	0,8444
9	3,2356	1,5377	−0,0886	0,6038	0,0264	0,8523
10	3,3463	1,5377	−0,0936	0,6863	0,0289	0,9337
11	3,4831	1,5377	−0,0996	0,7702	0,0312	1,0067
12	3,6189	1,5377	−0,1059	0,8553	0,0327	.
15	4,0419	1,5377	−0,1265	1,1191	0,0375	.
20	4,5064	1,5377	−0,1803	1,5846	0,0457	.
25	4,6625	1,5377	−0,2709	2,0811	0,0630	
30	4,1581	1,5377	−0,4134	2,6153	0,0899	
35	3,3988	1,5377	−0,6461	3,2030	0,1216	
39	2,3524	1,5377	−0,9293	3,7475	0,1564	
40	2,2720	1,0350	−1,0164	3,7851	0	
45	1,8721	1,0350	−1,6434	3,9541	0	
50	1,4317	1,0350	−2,4843	4,1149	0	
54	0	1,0350	−3,4596	4,3417	0	

Beitrittsalter $x = 25$.

t	$_{t+1}Ri_x$	$_{t+1}Zu_x$	$-q_{[x]+t}(1-\nu)i$	$_{t+1}Zi_x$	$_{t+1}St_x$	$w_{[x]+t}\,{}_{t+1}V_x$
		1,4691		−0,0943		
		− 3,7059		−0,1193		
0	0,7577	−14,0559	−0,0768	−0,1693		−2,6012
		−24,4059		−0,2193		
		−34,7559		−0,2693		
1	0,8607	1,4691	−0,0758	−0,0390		−1,2425
2	0,9907	1,4691	−0,0740	0,0184		−0,0308
3	1,1762	1,4691	−0,0719	0,0780	0,0121	0,3909
4	1,3466	1,4691	−0,0707	0,1394	0,0175	0,5660
5	1,4538	1,4691	−0,0709	0,2025	0,0214	0,6919
6	1,5570	1,4691	−0,0712	0,2675	0,0220	0,7083
7	1,7122	1,4691	−0,0714	0,3345	0,0239	0,7722
8	1,9538	1,4691	−0,0716	0,4032	0,0245	0,7917
9	2,2321	1,4691	−0,0725	0,4733	0,0259	0,8340
10	2,4284	1,4691	−0,0744	0,5444	0,0286	0,9219
11	2,5462	1,4691	−0,0777	0,6166	0,0314	1,0127
12	2,7009	1,4691	−0,0814	0,6901	0,0336	1,0830
13	2,9158	1,4691	−0,0845	0,7651	0,0354	1,1429

t	${}_{t+1}Ri_x$	${}_{t+1}Zu_x$	$-q_{[x]+t}(1-\nu)i$	${}_{t+1}Zi_x$	${}_{t+1}St_x$	$w_{[x]+t}{}_{t+1}V_x$
14	3,0536	1,4691	−0,0886	0,8410	0,0375	1,2094
15	3,1585	1,4691	−0,0936	0,9182	0,0393	1,2685
16	3,2882	1,4691	−0,0996	0,9967	0,0409	1,3196
17	3,4170	1,4691	−0,1059	1,0763	0,0416	1,3410
18	3,5208	1,4691	−0,1120	1,1571	0,0426	1,3744
19	3,6681	1,4691	−0,1185	1,2395	0,0442	.
20	3,8188	1,4691	−0,1265	1,3230	0,0447	.
25	4,2645	1,4691	−0,1803	1,7576	0,0509	.
30	4,4244	1,4691	−0,2709	2,2196	0,0674	
35	3,9674	1,4691	−0,4134	2,7142	0,0934	
40	3,2866	1,4691	−0,6461	3,2536	0,1236	
44	2,3524	1,4691	−0,9293	3,7472	0,1564	
45	2,2720	1,0350	−1,0164	3,7851	0	
50	1,8721	1,0350	−1,6434	3,9541	0	
55	1,4317	1,0350	−2,4843	4,1149	0	
59	0	1,0350	−3,4596	4,3417	0	

Beitrittsalter $x = 20$

t	${}_{t+1}Ri_x$	${}_{t+1}Zu_x$	$-q_{[x]+t}(1-\nu)i$	${}_{t+1}Zi_x$	${}_{t+1}St_x$	$w_{[x]+t}{}_{t+1}V_x$
		1,4180		−0,1059		
		− 3,7570		−0,1309		
0	0,7903	−14,1070	−0,0747	−0,1809		−2,9074
		−24,4570		−0,2309		
		−34,8070		−0,2809		
1	0,5697	1,4180	−0,0789	−0,0631		−1,6785
2	0,4737	1,4180	−0,0800	−0,0182		−0,3195
3	0,5290	1,4180	−0,0788	0,0289	0,0018	0,0580
4	0,6323	1,4180	−0,0775	0,0780	0,0085	0,2741
5	0,7233	1,4180	−0,0768	0,1289	0,0136	0,4526
6	0,8216	1,4180	−0,0758	0,1815	0,0169	0,5443
7	0,9458	1,4180	−0,0740	0,2361	0,0181	0,5850
8	1,1230	1,4180	−0,0719	0,2927	0,0189	0,6081
9	1,2857	1,4180	−0,0707	0,3512	0,0214	0,6899
10	1,3882	1,4180	−0,0709	0,4111	0,0250	0,8067
11	1,4868	1,4180	−0,0712	0,4729	0,0281	0,9060
12	1,6351	1,4180	−0,0714	0,5366	0,0317	1,0222
13	1,8660	1,4180	−0,0716	0,6019	0,0345	1,1144
14	2,1319	1,4180	−0,0725	0,6685	0,0372	1,2005
15	2,3196	1,4180	−0,0744	0,7361	0,0392	1,2659
16	2,4323	1,4180	−0,0777	0,8046	0,0415	1,3386
17	2,5804	1,4180	−0,0814	0,8745	0,0430	1,3872
18	2,7860	1,4180	−0,0845	0,9456	0,0442	1,4259
19	2,9179	1,4180	−0,0886	1,0177	0,0457	1,4755
20	3,0186	1,4180	−0,0936	1,0910	0,0471	1,5180
21	3,1430	1,4180	−0,0996	1,1655	0,0481	1,5529
22	3,2665	1,4180	−0,1059	1,2410	0,0482	1,5549
23	3,3663	1,4180	−0,1120	1,3177	0,0488	1,5729

t	${}_{t+1}Ri_x$	${}_{t+1}Zu_x$	$-q_{[x]+t}(1-\nu)i$	${}_{t+1}Zi_x$	${}_{t+1}St_x$	$w_{[x]+t}\,{}_{t+1}V_x$
24	3,5078	1,4180	−0,1185	1,3958	0,0499	1,6112
25	3,6526	1,4180	−0,1265	1,4750	0,0500	1,6142
26	3,7240	1,4180	−0,1356	1,5550	0,0499	.
27	3,8195	1,4180	−0,1444	1,6363	0,0505	.
28	3,9565	1,4180	−0,1542	1,7189	0,0520	.
29	4,0290	1,4180	−0,1666	1,8022	0,0534	
30	4,0841	1,4180	−0,1803	1,8865	0,0548	
35	4,2470	1,4180	−0,2709	2,3228	0,0707	
40	3,8253	1,4180	−0,4134	2,7879	0,0961	
45	3,2030	1,4180	−0,6461	3,2913	0,1251	
49	2,3524	1,4180	−0,9293	3,7470	0,1564	
50	2,2720	1,0350	−1,0164	3,7851	0	
55	1,8721	1,0350	−1,6434	3,9541	0	
60	1,4317	1,0350	−2,4843	4,1149	0	
64	0	1,0350	−3,4596	4,3417	0	

Mit Hilfe dieser für die verschiedenen Beitrittsalter und die einzelnen Versicherungsjahre berechneten Gewinne, die von den Rückkaufswerten abhängig sind, lassen sich dann am leichtesten aus den beiden Gleichungen (7) und (10) die Rückkaufswerte berechnen. Da hier nicht die absolute Größe derselben von Bedeutung ist, so sollen die Rückkaufswerte nur in Prozenten des am Ende des Versicherungsjahres zu stellenden Deckungskapitals angegeben werden. Es lassen sich ferner auch aus den Gleichungen (9) und (9a), wenn die Rückkaufswerte berechnet sind, die Versicherungsjahre ermitteln, nach deren Ablauf die erste Dividende an die Versicherten ausgeschüttet werden kann.

Das Ergebnis dieser Berechnungen findet sich für die verschiedenen Beitrittsalter in den folgenden Tabellen.

Beitrittsalter $x = 50$.

t	Rückkaufswert im t. Versicherungsjahr in Prozenten des am Ende des t. Versicherungsjahres vorhandenen Deckungskapitals für $\alpha'-\alpha=0{,}005$	$\alpha'-\alpha=0{,}015$	$\alpha'-\alpha=0{,}025$	$\alpha'-\alpha=0{,}035$	${}_tV_x$
1	+	+	+	+	−3,546
2	95,0	95,0	62,8	23,2	28,445
3	95,0	95,0	95,0	76,4	61,001
4	95,0	95,0	95,0	93,1	94,219
5	95,0	95,0	95,0	95,0	128,066
	Die Dividendenzahlung kann am Ende der folgenden Versicherungsjahre beginnen:				
	1	2	4	5	

Beitrittsalter $x = 45$.

t	Rückkaufswert im t. Versicherungsjahr in Prozenten des am Ende des t. Versicherungsjahres vorhandenen Deckungskapitals für $\alpha' - \alpha = 0{,}005$	$\alpha' - \alpha = 0{,}015$	$\alpha' - \alpha = 0{,}025$	$\alpha' - \alpha = 0{,}035$	${}_tV_x$
1	+	+	+	+	−10,182
2	95,0	81,8	7,6	0	15,085
3	95,0	95,0	81,2	51,5	40,828
4	95,0	95,0	95,0	79,8	66,953
5	95,0	95,0	95,0	92,8	93,517
6	95,0	95,0	95,0	95,0	120,502
	Die Dividendenzahlung kann am Ende der folgenden Versicherungsjahre beginnen:				
	1	3	4	6	

Beitrittsalter $x = 40$.

t	Rückkaufswert im t. Versicherungsjahr in Prozenten des am Ende des t. Versicherungsjahres vorhandenen Deckungskapitals für $\alpha' - \alpha = 0{,}005$	$\alpha' - \alpha = 0{,}015$	$\alpha' - \alpha = 0{,}025$	$\alpha' - \alpha = 0{,}035$	${}_tV_x$
1	+	+	+	+	−14,723
2	95,0	0,5	0	0	5,864
3	95,0	95,0	52,6	7,3	26,772
4	95,0	95,0	84,4	58,0	48,098
5	95,0	95,0	95,0	78,4	69,795
6	95,0	95,0	95,0	89,8	91,792
7	95,0	95,0	95,0	95,0	114,173
	Die Dividendenzahlung kann am Ende der folgenden Versicherungsjahre beginnen:				
	2	4	6	8	

Beitrittsalter $x = 35$.

t	Rückkaufswert im t. Versicherungsjahr in Prozenten des am Ende des t. Versicherungsjahres vorhandenen Deckungskapitals für $\alpha' - \alpha = 0{,}005$	$\alpha' - \alpha = 0{,}015$	$\alpha' - \alpha = 0{,}025$	$\alpha' - \alpha = 0{,}035$	${}_tV_x$
1	+	+	+	+	−18,187
2	+	+	+	+	− 1,056
3	95,0	68,0	0	0	16,384
4	95,0	95,0	59,9	21,5	34,087
5	95,0	95,0	82,0	55,8	52,133
6	95,0	95,0	93,4	73,1	70,519
7	95,0	95,0	95,0	83,7	89,182
8	95,0	95,0	95,0	91,1	108,130
9	95,0	95,0	95,0	95,0	127,450
	Die Dividendenzahlung kann am Ende der folgenden Versicherungsjahre beginnen:				
	2	5	7	10	

Beitrittsalter $x = 30$.

t	Rückkaufswert im t. Versicherungsjahr in Prozenten des am Ende des t. Versicherungsjahres vorhandenen Deckungskapitals für $\alpha' - \alpha = 0{,}005$	$\alpha' - \alpha = 0{,}015$	$\alpha' - \alpha = 0{,}025$	$\alpha' - \alpha = 0{,}035$	${}_tV_x$
1	+	+	+	+	−21,139
2	+	+	+	+	− 6,857
3	95,0	0	0	0	7,816
4	95,0	63,9	4,1	0	22,788
5	95,0	87,2	49,7	11,4	38,012
6	95,0	95,0	70,1	41,7	53,517
7	95,0	95,0	82,0	59,1	69,322
8	95,0	95,0	89,9	70,5	85,410
9	95,0	95,0	95,0	78,7	101,737
10	95,0	95,0	95,0	85,1	118,376
11	95,0	95,0	95,0	90,2	135,325
12	95,0	95,0	95,0	94,4	152,525
13	95,0	95,0	95,0	95,0	169,983
	Die Dividendenzahlung kann am Ende der folgenden Versicherungsjahre beginnen:				
	3	7	10	13	

Beitrittsalter $x = 25$.

t	Rückkaufswert im t. Versicherungsjahr in Prozenten des am Ende des t. Versicherungsjahres vorhandenen Deckungskapitals für $\alpha' - \alpha = 0{,}005$	$\alpha' - \alpha = 0{,}015$	$\alpha' - \alpha = 0{,}025$	$\alpha' - \alpha = 0{,}035$	${}_tV_x$
1	+	+	+	+	−23,974
2	+	+	+	+	−12,538
3	+	+	+	+	− 0,688
4	80,4	0	0	0	11,564
5	95,0	34,4	0	0	24,188
6	95,0	62,9	16,1	0	37,198
7	95,0	77,3	41,4	4,6	50,592
8	95,0	86,3	56,8	26,6	64,352
9	95,0	92,7	67,4	41,5	78,390
10	95,0	95,0	75,3	52,5	92,662
11	95,0	95,0	81,6	60,9	107,196
12	95,0	95,0	86,6	67,6	122,009
13	95,0	95,0	90,8	73,2	137,084
14	95,0	95,0	94,5	78,0	152,381
15	95,0	95,0	95,0	82,1	167,968
16	95,0	95,0	95,0	85,7	183,841
17	95,0	95,0	95,0	89,0	199,946
18	95,0	95,0	95,0	91,9	216,288
19	95,0	95,0	95,0	94,7	232,943
20	95,0	95,0	95,0	95,0	249,872
	Die Dividendenzahlung kann am Ende der folgenden Versicherungsjahre beginnen:				
	5	11	16	21	

Beitrittsalter $x = 20$.

t	Rückkaufswert im t. Versicherungsjahr in Prozenten des am Ende des t. Versicherungsjahres vorhandenen Deckungskapitals für $\alpha' - \alpha = 0{,}005$	$\alpha' - \alpha = 0{,}015$	$\alpha' - \alpha = 0{,}025$	$\alpha' - \alpha = 0{,}035$	${}^tV_x$
1	+	+	+	+	−26,311
2	+	+	+	+	−17,304
3	+	+	+	+	− 7,909
4	0	0	0	0	1,877
5	68,6	0	0	0	12,023
6	91,2	14,5	0	0	22,517
7	95,0	46,1	0	0	33,390
8	95,0	63,0	19,5	0	44,656
9	95,0	73,9	37,8	0,8	56,304
10	95,0	81,5	50,5	18,7	68,306
11	95,0	87,3	59,9	31,7	80,674
12	95,0	91,8	67,1	41,7	93,406
13	95,0	95,0	72,9	49,7	106,484
14	95,0	95,0	77,9	56,3	119,826
15	95,0	95,0	82,2	61,9	133,390
16	95,0	95,0	86,0	66,8	147,200
17	95,0	95,0	89,3	71,1	161,273
18	95,0	95,0	92,4	74,8	175,594
19	95,0	95,0	95,0	78,3	190,123
20	95,0	95,0	95,0	81,4	204,925
21	95,0	95,0	95,0	84,3	219,997
22	95,0	95,0	95,0	86,9	235,286
23	95,0	95,0	95,0	89,4	250,797
24	95,0	95,0	95,0	91,8	266,601
25	95,0	95,0	95,0	94,0	282,662
26	95,0	95,0	95,0	95,0	298,923
	Die Dividendenzahlung kann am Ende der folgenden Versicherungsjahre beginnen:				
	7	14	21	27	

Wie aus diesen Rückkaufswerten zu erkennen ist, dauert die Tilgung der nicht im Deckungskapital verrechnungsfähigen Erwerbskosten um so länger, je niedriger bei konstanter Versicherungssumme das Beitrittsalter ist. Die Abstufung der Rückkaufswerte, ausgedrückt in Prozenten des jeweilig am Ende des Jahres zu stellenden Deckungskapitals, fällt in keiner Weise mit der in der Praxis teilweise üblichen Differenzierung der Rückkaufswerte zusammen, deren Zweck daher keinesfalls die Tilgung der im Deckungskapital nicht verrechnungsfähigen Erwerbskosten sein kann.

Da ferner, wie das Beispiel lehrt, die Tilgung der im Deckungskapital nicht verrechnungsfähigen Erwerbskosten allein aus den Gewinnen im Durchschnitt mehr als sechs Versicherungsjahre in

nspruch nimmt, so wäre vor allem notwendig, daß während eser Zeit die Stornohäufigkeiten auch dem tatsächlichen Abuf der Dinge möglichst entsprechen, da sich anderenfalls die auer des Dividendenaufschubs erheblich verändern könnte. Die tornohäufigkeiten ändern sich jedoch oft innerhalb verhältnisäßig kurzer Zeitabschnitte, so daß hierdurch, wenn nicht eine eue Berechnung der Gewinne erfolgen sollte, eine gerechte Bestung jeder Risikogruppe mit den für sie durchschnittlich aufewendeten Kosten nicht gewährleistet ist.

Hinzu kommt, daß für die verschiedenen Beitrittsalter stets auch er Beginn der Dividendenausschüttung verschieden ist, was für e Praxis nicht gerade wünschenswert ist.

Die Deckung der nicht im Deckungskapital verrechnungshigen Erwerbskosten aus den jährlichen Gewinnen und Zuschlägen.

In diesem Kapitel soll nun schließlich der Fall behandelt wern, daß die im Deckungskapital nicht verrechnungsfähigen Ererbskosten aus den jährlichen Gewinnen und besonderen Zuhlägen, die nur zu den ersten Jahresprämien erhoben werden llen, getilgt werden. Und zwar sollen die Zuschläge dergestalt erechnet werden, daß für die verschiedenen Beitrittsalter die ividendenausschüttung nach Ablauf einer bestimmten Anzahl on Versicherungsjahren einsetzen kann. Soll also am Ende des + 1). Versicherungsjahres die erste Dividende gewährt werden, müssen zur Bestimmung der Gewinne $g(x,1), g(x,2), \ldots g(x,t)$, er Rückkaufswerte ${}_1R_x, {}_2R_x, \ldots {}_tR_x$ und des Zuschlages $Z(x)$, h. von $2t+1$ Unbekannten, auch $2t+1$ Gleichungen aufgestellt erden.

Der Rückkaufswert für die $x$jährig beigetretene Person im Versicherungsjahr bestimmt sich aus der Gleichung:

$$+\{1-\varrho\}i')_k R_x\, l_{[x]+k} = l_{[x]+k\ k}V_x + l_{[x]+k-1}[g(x,k)+Z(x)(1+i')]$$
$$+ l_{[x]+k-2}[g(x,k-1)+Z(x)(1+i')](1+i')+\ldots$$
$$+ l_{[x]}[g(x,1)+Z(x)(1+i')](1+i')^{k-1}$$

1)

ler:

$$+\{1-\varrho\}i')_k R_x = {}_kV_x + \frac{1}{p_{[x]+k-1}}[g(x,k)+Z(x)(1+i')]$$
$$+\frac{1}{p_{[x]+k-1}\,p_{[x]+k-2}}[g(x,k-1)+Z(x)(1+i')](1+i')+\ldots$$
$$+\frac{1}{p_{[x]+k-1}\,p_{[x]+k-2}\cdots p_{[x]}}[g(x,1)+Z(x)(1+i')](1+i')^{k-1}$$

oder:

$$(12)\quad (1+\{1-\varrho\}\,i')\,{}_kR_x = {}_kV_x + \sum_0^{k-1}{}_\lambda \frac{g(x,k-\lambda)+Z(x)\,(1+i')}{{}^0_\tau\Big\|^\lambda\, p_{[x]+k-1-\tau}}\,(1+i')^\lambda$$

Der Zuschlag $Z(x)$ für den $x$jährig beigetretenen Versicherten, zahlbar in den ersten t Versicherungsjahren, bestimmt sich aus der Gleichung:

$$(13)\quad \begin{aligned} & l_{[x]+t-1}\,[g(x,t)+Z(x)\,(1+i')] \\ & + l_{[x]+t-2}\,[g(x,t-1)+Z(x)\,(1+i')]\,(1+i')+\ldots \\ & + l_{[x]+1}\,[g(x,2)+Z(x)\,(1+i')]\,(1+i')^{t-2} \\ & + l_{[x]}\,[g(x,1)+Z(x)\,(1+i')]\,(1+i')^{t-1}=0. \end{aligned}$$

$$(14)\quad \sum_0^{t-1}{}_\lambda \frac{g(x,t-\lambda)+Z(x)\,(1+i')}{{}^0_\tau\Big\|^\lambda\, p_{[x]+t-1-\tau}}\,(1+i')^\lambda = 0.$$

Die $2t+1$ Gleichungen lauten daher:

$$(15)\quad (1+\{1-\varrho\}\,i')\,{}_kR_x = {}_kV_x + \sum_0^{k-1}{}_\lambda \frac{g(x,k-\lambda)+Z(x)\,(1+i')}{{}^0_\tau\Big\|^\lambda\, p_{[x]+k-1-\tau}}\,(1+i')^\lambda$$

für $k=1,2,\ldots t$

$$\begin{aligned} g(x,k+1) = {} & (1-{}_{k+1}V_x)\,(q_{x+k}-q_{[x]+k}) \\ & + [(\alpha-\alpha')+P_x(\beta-\beta')+(\gamma-\gamma')]\,(1+i)-q_{[x]+k}\,(1-\nu)\,i \\ & + [{}_kV_x+(\alpha-\alpha')+P_x(1-\beta')-\gamma'-q_{[x]+k}(1-\nu)]\,(i'-i) \\ & + w_{[x]+k\;k+1}V_x - w_{[x]+k\;k+1}R_x\,(1+\{1-\varrho\}\,i') \\ & \sum_0^{t-1}{}_\lambda \frac{g(x,t-\lambda)+Z(x)\,(1+i')}{{}^0_\tau\Big\|^\lambda\, p_{[x]+t-1-\tau}}\,(1+i')^\lambda = 0. \end{aligned}$$

Diese Gleichungen gelten mit der Nebenbedingung, daß ${}_kR_x \leqq 0{,}95\;{}_kV_x$ sein muß.

Die Gleichung für den Rückkaufswert im t. Versicherungsjahr lautet:

$$\begin{aligned} (1+\{1-\varrho\}\,i')\,{}_tR_x = {} & {}_tV_x + \frac{1}{p_{[x]+t-1}}\,[g(x,t)+Z(x)\,(1+i')] \\ & + \frac{1}{p_{[x]+t-1}\,p_{[x]+t-2}}\,[g(x,t-1)+Z(x)\,(1+i')]\,(1+i')+\ldots \\ & + \frac{1}{p_{[x]+t-1}\,p_{[x]+t-2}\ldots p_{[x]}}\,[g(x,1)+Z(x)\,(1+i')]\,(1+i')^{t-1} \end{aligned}$$

Die Gewinngleichung sei für $k = t$ zur Abkürzung in der Form geschrieben:

$$g(x,t) = a_t - (1 + \{1 - \varrho\}\, i')\, w_{[x]+t-1}\, {}_tR_x .$$

Setzt man den Wert für $g(x,t)$ in die Gleichung für den Rückkaufswert ein, so ergibt sich:

$$\begin{aligned}(1 + \{1-\varrho\}\, i')\, {}_tR_x \left[1 + \frac{w_{[x]+t-1}}{p_{[x]+t-1}}\right] &= {}_tV_x + \frac{1}{p_{[x]+t-1}}\,[a_t + Z(x)(1+i')] \\ (16) \qquad &+ \frac{1}{p_{[x]+t-1}\, p_{[x]+t-2}}\,[g(x,t-1) + Z(x)(1+i')]\,(1+i') + \cdots \\ &+ \frac{1}{p_{[x]+t-1}\, p_{[x]+t-2} \cdots p_{[x]}}\,[g(x,1) + Z(x)(1+i')]\,(1+i')^{t-1}.\end{aligned}$$

Setzt man ferner den Wert für $g(x,t)$ in die Gleichung (14) ein, so wird:

$$\begin{aligned}(1 + \{1-\varrho\}\, i')\, {}_tR_x \frac{w_{[x]+t-1}}{p_{[x]+t\ \ 1}} &= {}_tV_x + \frac{1}{p_{[x]+t-1}}\,[a_t + Z(x)\,(1+i')] \\ (17) \qquad &+ \frac{1}{p_{[x]+t-1}\, p_{[x]+t-2}}\,[g(x,t-1) + Z(x)\,(1+i')]\,(1+i') + \cdots \\ &+ \frac{1}{p_{[x]+t-1}\, p_{[x]+t-2} \cdots p_{[x]}}\,[g(x,1) + Z(x)\,(1+i')]\,(1+i')^{t-1}.\end{aligned}$$

Durch Subtraktion der Gleichung (17) von der Gleichung (16) erhält man:

$$(1 + \{1-\varrho\}\, i')\, {}_tR_x = {}_tV_x .$$

Da aber ${}_kR_x \leqq 0.95\, {}_kV_x$ sein muß, so bedeutet dies Ergebnis, daß, wenn der jährliche Zuschlag $Z(x)$ t mal erhoben werden soll, im t. Versicherungsjahr bereits der volle Rückkaufswert gewährt werden kann. Damit ist auch der Gewinn am Ende des t. Versicherungsjahres $g(x,t)$ bestimmt. Das vorstehende Gleichungssystem (15) reduziert sich also auf $2t-1$ Gleichungen, indem nur $k = 1, 2, \ldots t-1$ gesetzt zu werden braucht.

Für die folgenden Betrachtungen soll nun angenommen werden, daß am Ende des vierten Versicherungsjahres der Gewinn $g(x,4)$ verteilt werden soll, und der Zuschlag nur während der ersten drei Versicherungsjahre gezahlt werden soll. In diesem Fall ergibt sich dann allgemein ein Gleichungssystem von fünf Gleichungen. Sollte jedoch ${}_kV_x < 0$ sein, so daß ${}_kR_x = 0$ wird, und daher auch $g(x,k)$ bestimmt ist, so reduziert sich das Gleichungssystem für jeden negativen Wert von ${}_kV_x$ um weitere

zwei Gleichungen. Sollte sich ein negativer Wert für den Zuschlag $Z(x)$ ergeben, so folgt hieraus, weil eine Senkung der ersten drei Jahresprämien und damit auch der Rückkaufswerte praktisch unzweckmäßig ist, daß in diesen Fällen kein besonderer Zuschlag erhoben zu werden braucht. Es können dann die Betrachtungen des vorigen Abschnittes entsprechende Anwendung finden.

Für die in unserem Beispiel angenommenen Beitrittsalter sind die Ergebnisse der Berechnungen in den folgenden Tabellen wiedergegeben:

Beitrittsalter $x = 50$.

$\alpha' - \alpha$	$Z(x)$ absolut	$Z(x)$ in Prozenten	t	$\frac{{}_tR_x}{{}_tV_x}\,100$	Beginn der Dividendenzahlung am Ende des t. Versicherungsjahres
0,005	+	+	1 2 3	+ 95,0 95,0	1
0,015	+	+	1 2 3	+ 95,0 95,0	2
0,025	0,405	0,8	1 2 3	+ 66,1 95,0	4
0,035	3,995	7,4	1 2 3	+ 53,7 95,0	4

Beitrittsalter $x = 45$.

$\alpha' - \alpha$	$Z(x)$ absolut	$Z(x)$ in Prozenten	t	$\frac{{}_tR_x}{{}_tV_x}\,100$	Beginn der Dividendenzahlung am Ende des t. Versicherungsjahres
0,005	+	+	1 2 3	+ 95,0 95,0	1
0,015	+	+	1 2 3	+ 81,8 95,0	3
0,025	2,096	4,9	1 2 3	+ 37,4 95,0	4
0,035	5,676	13,4	1 2 3	+ 14,1 95,0	4

Beitrittsalter $x = 40$.

$\alpha' - \alpha$	$Z(x)$ absolut	$Z(x)$ in Prozenten	t	$\frac{{}_tR_x}{{}_tV_x} 100$	Beginn der Dividendenzahlung am Ende des t. Versicherungsjahres
			1	+	
0,005	+	+	2	95,0	2
			3	95,0	
			1	+	
0,015	+	+	2	0,5	4
			3	95,0	
			1	+	
0,025	3,618	10,5	2	0	4
			3	95,0	
			1	+	
0,035	7,239	21,0	2	0	4
			3	95,0	

Beitrittsalter $x = 35$.

$\alpha' - \alpha$	$Z(x)$ absolut	$Z(x)$ in Prozenten	t	$\frac{{}_tR_x}{{}_tV_x} 100$	Beginn der Dividendenzahlung am Ende des t. Versicherungsjahres
			1	+	
0,005	+	+	2	+	2
			3	95,0	
			1	+	
0,015	1,455	5,1	2	+	4
			3	95,0	
			1	+	
0,025	5,094	17,7	2	+	4
			3	95,0	
			1	+	
0,035	8,733	30,4	2	+	4
			3	95,0	

Beitrittsalter $x = 30$.

$\alpha' - \alpha$	$Z(x)$ absolut	$Z(x)$ in Prozenten	t	$\frac{{}_tR_x}{{}_tV_x} 100$	Beginn der Dividendenzahlung am Ende des t. Versicherungsjahres
			1	+	
0,005	+	+	2	+	3
			3	95,0	
			1	+	
0,015	3,148	13,0	2	+	4
			3	95,0	
			1	+	
0,025	6,844	28,2	2	+	4
			3	95,0	
			1	+	
0,035	10,541	43,4	2	+	4
			3	95,0	

Beitrittsalter $x = 25$.

$\alpha' - \alpha$	$Z(x)$ absolut	$Z(x)$ in Prozenten	t	$\frac{{}_tR_x}{{}_tV_x} 100$	Beginn der Dividendenzahlung am Ende des t. Versicherungsjahres
0,005	1,171	5,6	1	+	4
			2	+	
			3	+	
0,015	5,040	24,0	1	+	4
			2	+	
			3	+	
0,025	8.905	42,5	1	+	4
			2	+	
			3	+	
0,035	12,769	60,9	1	+	4
			2	+	
			3	+	

Beitrittsalter $x = 20$.

$\alpha' - \alpha$	$Z(x)$ absolut	$Z(x)$ in Prozenten	t	$\frac{{}_tR_x}{{}_tV_x} 100$	Beginn der Dividendenzahlung am Ende des t. Versicherungsjahres
0,005	1,805	9,8	1	+	4
			2	+	
			3	+	
0,015	5,670	30,6	1	+	4
			2	+	
			3	+	
0,025	9,537	51,5	1	+	4
			2	+	
			3	+	
0,035	13,403	72,4	1	+	4
			2	+	
			3	+	

Diese Prämienaufschläge, die mit den Prämien der ersten drei Versicherungsjahre zu erheben wären, sind, entsprechend dem Ergebnis des vorigen Abschnittes, um so größer, je niedriger das Beitrittsalter ist. Die Zuschläge steigen aber bis zu einer Höhe an, die praktisch fast unmöglich ist. Hinzu kommt, daß sowohl bei diesem Verfahren als auch bei dem des vorigen Abschnittes die Versicherungsgesellschaft in den ersten Jahren bis zur völligen Deckung der nicht im Deckungskapital verrechnungsfähigen Erwerbskosten über entsprechende Mittel verfügen muß, die ihr naturgemäß aber immer erst nach einer Zeit erfolgreicher Tätigkeit zur Verfügung stehen können.

Schlußfolgerungen.

Durch die insbesondere in den beiden letzten Abschnitten dargelegten Arten der Tilgung der nicht im Deckungskapital verrechnungsfähigen Erwerbskosten wird zwar tatsächlich eine Belastung jeder Risikogruppe mit den für sie aufgewendeten Kosten erreicht, jedoch wird hierdurch bewirkt, daß entweder der Beginn der ersten Dividendenzahlung zu weit hinausgeschoben wird, oder aber in den ersten drei Versicherungsjahren Zuschläge erhoben werden müssen, die teilweise untragbar sind. Grundsätzlich bestünde natürlich die Möglichkeit, die Zuschläge auch noch zur vierten und fünften Jahresprämie zu erheben, so daß also erst am Ende des sechsten Versicherungsjahres die erste Dividende auszuschütten wäre, wodurch dann die Zuschläge herabgedrückt werden könnten.

Aus den vorstehenden Ausführungen läßt sich der Schluß ziehen, daß die in der Praxis üblichen Arten der Gewinnverteilung, wonach für alle Beitrittsalter innerhalb einer Tarifgruppe die erste Dividende nach Ablauf einer festen Anzahl von Versicherungsjahren gewährt wird, auf jeden Fall zu einer Begünstigung der jungen Beitrittsalter und langen Versicherungsdauern gegenüber den höheren Beitrittsaltern und kürzeren Versicherungsdauern führen, wenn im Deckungskapital nicht der volle Erwerbskostensatz verrechnet worden ist. Ferner steht fest, daß, falls im Deckungskapital nicht der Durchschnittssatz der tatsächlich aufgewendeten Erwerbskosten verrechnet wird, das an sich schon praktisch nicht einfache Problem der Gewinnverteilung noch undurchsichtiger wird, wenn trotzdem jede Risikogruppe die für sie aufgewendeten Kosten tragen soll.

Das Reichsaufsichtsamt für Privatversicherung läßt nicht die unbeschränkte Verrechnung der Erwerbskosten zu, und zwar mit der Begründung, daß, wenn der tatsächlich aufgewendete Erwerbskostensatz im Deckungskapital verrechnet werden könnte, die Erwerbskosten sehr schnell anschwellen würden, nur um ein möglichst großes Neugeschäft zu erwerben. Das Ansteigen der Erwerbskosten, d. h. der gesamten mit dem Erwerb neuer Versicherungen verbundenen Kosten, wäre aber fast ausschließlich nur die Folge des Anwachsens der Abschlußprovisionen. Es wäre daher m. E. angebracht, um die Versicherten vor einer zu starken Belastung mit Abschlußkosten zu schützen, bei der Prämien- und Deckungskapitalberechnung die Erwerbskosten aufzuteilen in innere Erwerbskosten und Abschlußprovision. Die inneren Erwerbskosten könnten dann, ebenso wie die laufenden Verwaltungskosten, in ihrer vollen durchschnittlichen Höhe im Deckungs-

kapital verrechnet werden. Für die Abschlußprovision hingegen müßte durch die Aufsichtsbehörde ein den jeweiligen Verhältnissen Rechnung tragender, tatsächlich auch nur aufzuwendender Höchstsatz festgesetzt werden. Eine derartige Maßnahme würde einmal einen wirksamen Schutz der Versicherten gegen zu teuer arbeitende Versicherungsgesellschaften darstellen, außerdem würde sie aber auch dazu beitragen können, den Konkurrenzkampf der Gesellschaften untereinander zu mäßigen.

Literatur.

August Zillmer: Beiträge zur Theorie der Prämienreserve bei Lebensversicherungsanstalten, Stettin 1863.

Logophilus (Höckner): Der Streit über die Zillmersche Methode, Berlin 1902.

Paul Liebetanz: Die Anwerbekosten in der Lebensversicherung und ihre Deckung, Lübeck 1902.

Georg Höckner: Änderungen der Rechnungsgrundlagen sowie Aufstellung einer Sterblichkeitstafel, eines Prämien- und Dividendensystems für die Lebensversicherungsgesellschaft zu Leipzig, Leipzig 1907.

Georg Engelbrecht: Das Deckungskapital in der Lebensversicherung. Zeitschrift für die gesamte Versicherungs-Wissenschaft, Berlin 1907.

Veröffentlichungen des Reichsaufsichtsamts für Privatversicherung. Jahrgänge: 1920, 1921, 1924, 1926, 1927, 1929, 1935.

Neumann's Zeitschrift für Versicherungswesen. Jahrgänge: 1902, 1903, 1904, 1906, 1921, 1927, 1931.

Lebenslauf.

Am 13. April 1912 wurde ich, Ernst-Günter Hoffmann, als Sohn des Justizinspektors Emil Hoffmann in Berlin geboren.

Von Oktober 1918 bis 1931 besuchte ich die Oberrealschule am Hindenburgpark zu Berlin-Wilmersdorf. Am 12. Oktober 1931 wurde ich an der hiesigen Friedrich-Wilhelms-Universität immatrikuliert. Ich widmete mich dem Studium der reinen und angewandten Mathematik sowie der Staatswissenschaften.

Vom 1. August 1933 bis zum 15. Oktober 1933 habe ich freiwillig am Arbeitsdienst in der Ostmark teilgenommen.

Nach meiner Exmatrikulation am Ende des Sommersemesters 1937 befaßte ich mich mit meiner Dissertation.

An dieser Stelle möchte ich vor allem den beiden Herrn Referenten, Herrn Professor Dr. Riebesell und Herrn Professor Dr. Klose, für das Interesse an meiner Arbeit danken; auch gilt Herrn Dr. Rose für die gegebenen Anregungen mein aufrichtiger Dank.